

**Die Berechnung nichtlinearer Verzerrungen
in FM-Systemen
mit Hilfe von Volterra-Reihen**

von
Volker Hespelt

Erlangen 1977



Digitized by the Internet Archive
in 2026

Die Berechnung nichtlinearer Verzerrungen in FM-Systemen mit Hilfe von Volterra-Reihen

Dem Fachbereich Ingenieurwissenschaften
der Universität Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades
Doktor - Ingenieur

vorgelegt von
Volker Hespelt

Erlangen 1977

Als Dissertation genehmigt vom
Fachbereich Ingenieurwissenschaften
der Universität Erlangen/Nürnberg

Tag der Einreichung: 15. November 1976

Tag der Promotion: 22. Februar 1977

Dekan: Prof. Dr.rer.nat. H.J. Schneider

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. W.Schüßler
Prof. Dr.-Ing. R.Unbehauen

Herrn Prof. Dr.-Ing. W.Schüßler möchte ich besonders danken für viele wertvolle Hinweise und Anregungen sowie für seine stete Gesprächsbereitschaft während der Betreuung dieser Arbeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. R.Unbehauen danke ich für die Übernahme des Koreferats und das damit gezeigte Interesse an dieser Arbeit.

Ferner gilt mein Dank Herrn Dr.-Ing. M.Welzenbach für Ermunterung und Kritik in vielen hilfreichen Diskussionen.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
<u>Liste der wichtigsten Formelzeichen</u>	6
1. <u>Einleitung</u>	12
1.1. Aufgabenstellung und Systembeschreibung	13
1.2. Methoden zur Berechnung nichtlinearer Systeme	21
1.3. Ziel und besondere Merkmale der Arbeit	24
2. <u>Die Berechnung fast linearer Systeme mit Volterra-Funktionalreihen</u>	27
2.1. Charakterisierung nichtlinearer Systeme im Zeitbereich	29
2.1.1. Volterra-Funktionalreihe und Volterra-Kerne	29
2.1.2. Anwendungsbereich und Konvergenz der Volterra-Funktionalreihe. Stabilität nichtlinearer Systeme.	32
2.1.3. Symmetrieeigenschaften der Volterra-Kerne	35
2.2. Charakterisierung nichtlinearer Systeme im Frequenzbereich	36
2.2.1. Die mehrdimensionale Laplace-Transformation	36
2.2.2. Die Systemfunktion	40
2.2.3. Eigenschaften der Systemfunktionen	42
2.3. Analyse nichtlinearer Systeme im Frequenzbereich	44
2.4. Spektrale Leistungsdichte des linearen, quadratischen und kubischen Anteils des Ausgangssignals bei Gauß'scher Eingangsgröße	51
3. <u>Der Einfluß der linearen Übertragungsstrecke</u>	55
3.1. Das mathematische Modell zur Beschreibung des FM-Systems bei idealer Demodulation	55

	Seite
3.2. Die Bestimmung der Systemfunktionen des nichtlinearen Übertragungssystems	59
3.2.1. Die Systemfunktionen des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\phi\gamma}$	62
3.2.2. Die Systemfunktionen zur Berechnung der nichtlinearen Verzerrungen am Empfänger-Eingang	71
3.2.2.1. Die Systemfunktionen zur Berechnung der Intermodulationsverzerrungen	71
3.2.2.2. Die Systemfunktionen zur Berechnung der AM/PM-Konversionsverzerrungen	73
3.2.2.3. Die Systemfunktionen zur Berechnung der Verzerrungen des Empfänger-Eingangssignals $e(t)$	74
3.3. Die spektrale Leistungsdichte der Verzerrungsanteile des Empfänger-Eingangssignals $e(t)$	75
3.3.1. Intermodulations-Verzerrungsanteile	76
3.3.2. AM/PM-Konversionsverzerrungsanteile	77
3.3.3. Die Verzerrungsanteile von $e(t)=e_{\psi}(t)+e_{\eta}(t)$	78
3.4. Die Berechnung der absoluten Störleistung am Empfänger-Eingang	80
3.4.1. Das Verhältnis von Störleistung zu Signalleistung	82
3.4.2. Die Berechnung der Leistungsdichtefunktion $\phi_{\phi\phi}(\omega)$	86
3.4.3. Rechnerische Auswertung der abgeleiteten Beziehungen	87
3.5. Zusammenhang zwischen Verzerrungen und Symmetrieeigenschaften der linearen Übertragungsstrecke	89
3.5.1. Linearer Verlauf der Dämpfung und Phase der Übertragungsstrecke	89
3.5.2. Symmetrische Übertragungsstrecke	89
3.6. Anwendungsbeispiele	91

	Seite
3.6.1. Der Einfluß des Dämpfungsverlaufs der linearen Übertragungsstrecke auf die nichtlineare Verzerrungsleistung	91
3.6.1.1. Typische Dämpfungsverläufe	92
3.6.1.2. Der Einfluß der Flankensteilheit des ZF-Filters	97
3.6.1.3. Der Einfluß der Bandbreite des ZF-Filters	99
3.6.1.4. Dämpfungsverlauf eines realen ZF-Filters	102
3.6.2. Der Einfluß der Gruppenlaufzeit der linearen Übertragungsstrecke auf die nichtlineare Verzerrungsleistung	104
3.6.2.1. Typische Gruppenlaufzeitverläufe	104
3.6.2.2. Optimale Laufzeitentzerrung eines ZF-Filters für das Richtfunksystem FM 2700	109
3.6.3. Berechnung der Intermodulationsverzerrungen eines realen ZF-Filters für das Richtfunksystem FM 2700	112
3.6.4. Untersuchung der Korrelation zwischen den Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen	114
3.6.4.1. Korrelationsfreiheit bei symmetrischer Übertragungsstrecke	114
3.6.4.2. Kompensation nichtlinearer Verzerrungen durch Ausnutzung der Korrelation	115
4. <u>Der Einfluß der Wandlungsfiler</u>	117
4.1. Realisierung und Dimensionierung von Gegentakt-Flankendemodulatoren	117
4.1.1. Realisierungsmöglichkeiten	120
4.1.1.1. 2-Kreis-Gegentakt-Flankendemodulatoren	120
4.1.1.2. 3-Kreis-Gegentakt-Flankendemodulatoren	124
4.1.2. Dimensionierung der Wandlungsfiler	127

	Seite
4.1.3. Normierte Darstellung der Schaltelemente der WandlungsfILTER in Abhängigkeit von Δ_{DG} und B_{DG}	133
4.2. Die Berechnung der nichtlinearen Verzerrungsleistung	141
4.2.1. Das mathematische Modell zur Beschreibung des FM-Systems bei idealer Übertragungsstrecke und realer Demodulation	141
4.2.2. Die Bestimmung der Systemfunktionen des nichtlinearen Übertragungssystems	145
4.2.2.1. Die Systemfunktionen des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\xi\lambda}^1$ bzw. $NS_{\xi g}^1$	145
4.2.2.2. Die Systemfunktionen zur Berechnung der nichtlinearen Verzerrungen am Empfänger-Eingang	148
4.2.3. Die spektrale Leistungsdichte der Verzerrungsanteile des Empfänger-Eingangssignals $e(t)$	152
4.2.4. Die Berechnung der absoluten Störleistung am Empfänger-Eingang	154
4.2.5. Anwendungsbeispiele	155
4.2.5.1. Nichtlineare Verzerrungsleistung von 3-Kreis-GFD mit Tschebyscheff'schem Verlauf von $DG_3(f)$ und konstanter Laufzeit der WandlungsfILTER	156
4.2.5.1.1. Der Einfluß der Approximationsbandbreite B_{DG}	157
4.2.5.1.2. Der Einfluß der Rippelhöhe Δ_{DG}	159
4.2.5.2. Dimensionierung und Laufzeitentzerrung der WandlungsfILTER für den Demodulator beim Richtfunksystem FM 2700	161
4.2.5.2.1. Der Einfluß der Frequenzabhängigkeit von $DG(f)$ und die Auswahl geeigneter WandlungsfILTER.	161

	Seite
4.2.5.2.2. Nichtlineare Verzerrungsleistung unter Berücksichtigung der Laufzeit der WandlungsfILTER	165
5. <u>Die nichtlinearen Verzerrungen des gesamten FM-Systems</u>	170
5.1. Das mathematische Modell zur Beschrei- bung des FM-Systems bei realer Übertra- gungsstrecke und realer Demodulation	170
5.2. Die Bestimmung der Systemfunktionen des FM-Übertragungssystems	172
5.2.1. Die Systemfunktionen der nichtlinearen Teilsysteme	172
5.2.2. Die Systemfunktionen zur Berechnung der Verzerrungen am Empfänger-Eingang	177
5.3. Die spektrale Leistungsdichte der Ver- zerrungsanteile des Empfänger-Eingangs- signals $e(t)$	179
5.4. Die Berechnung der absoluten Störleistung am Empfänger-Eingang	180
5.5. Die Sonderfälle "ideale Übertragungs- strecke" und "ideale WandlungsfILTER"	181
5.6. Anwendungsbeispiele	183
5.6.1. Der Einfluß des Begrenzers auf die Lauf- zeitentzerrung der WandlungsfILTER	183
5.6.2. Nichtlineare Verzerrungen des voll- ständigen Übertragungssystems	187
6. <u>Zusammenfassung</u>	190
<u>Literaturverzeichnis</u>	192

Liste der wichtigsten Formelzeichen

$a(\omega)$	Frequenzgang der Dämpfung
$a_g(\omega)$	Gerader Anteil des Dämpfungs-Frequenzgangs
$a_u(\omega)$	Ungerader Anteil des Dämpfungs-Frequenzgangs
$A(f)$	Betragsverlauf des FM/AM-Wandlungsfilters
$A_v(f)$	Betragsverlauf des FM/AM-Wandlungsfilters des v-Kreis-Gegentakt-Flankendemodulators ($v = 2, 3$)
$b(\omega)$	Frequenzgang der Phase
B_C	Carson-Bandbreite
B_E	Entzerrter-Frequenzbereich bei Laufzeitent- zerrungen
B_{DG}	Approximationsbandbreite für $DG(f)$
B_{NF}	Bandbreite des Basisbandsignals
B_{3dB}	3 dB-Bandbreite des ZF-Filters
ΔB	Durchlaßbandbreite eines Fernsprechanals
B_R	Rauschbandbreite des Demodulators
c_D	Demodulatorkonstante
c_M	Modulatorkonstante
C	Schwingkreis-Kapazität
$d(t)$	Zeitfunktion am Demodulator-Ausgang
$DG(f)$	Frequenzabhängiger Verlauf der sog. differen- tiellen Verstärkung
$DG_v(f)$	Verlauf von $DG(f)$ für v-Kreis-GFD ($v = 2, 3$)
ΔDG	Maximum des Betrags von $DG(f)$ innerhalb B_{DG}
$e(t)$	Zeitfunktion am Empfänger-Eingang
$e_v(t)$	Signalanteil v-ten Grades von $e(t)$ ($v = 1, 2, 3$)
$e_\psi(t)$	Signalanteil von $e(t)$, der durch $\psi(t)$ hervorge- rufen wird (Intermodulationsanteil)
$e_\eta(t)$	Signalanteil von $e(t)$, der durch $\eta(t)$ hervorge- rufen wird (AM/PM-Konversionsanteil)
f	Frequenzvariable
f_M	Mittenfrequenz eines Meßkanals
f_T	Trägerfrequenz
f_o	Obere Frequenzgrenze des Basisbandspektrums
f_u	Untere Frequenzgrenze des Basisbandspektrums

Δf	Effektiver Kanalhub
$f_T(\tau)$	Impulsantwort des Filters mit der Übertragungsfunktion $F_T(j\omega)$
$f(t_1, \dots, t_v)$	v-dimensionale Zeitfunktion
$\tilde{f}(t_1, \dots, t_v)$	v-dimensionale Transformierte einer eindimensionalen Zeitfunktion $f(t)$
ΔF	Effektiver Summenfrequenzhub
$F(j\omega)$	Übertragungsfunktion des FM/AM-Wandlungsfilters
$F_T(j\omega)$	Normierte äquivalente Tiefpaß-Übertragungsfunktion des FM/AM-Wandlungsfilters
$F_g(j\omega), F_u(j\omega)$	Aus $F_T(j\omega)$ abgeleitete Übertragungsfunktionen
$F(s_1, \dots, s_v)$	v-dimensionale Spektralfunktion
$\tilde{F}(s_1, \dots, s_v)$	v-dimensionale Laplace-Transformierte von $\tilde{f}(t_1, \dots, t_v)$
$\mathcal{F}\left\{\dots\right\}$	Fouriertransformierte von $\left\{\dots\right\}$
$\mathcal{F}^{-1}\left\{\dots\right\}$	Fourierrücktransformierte von $\left\{\dots\right\}$
$g_D(t)$	Impulsantwort des Deemphase-Netzwerks
$g_P(t)$	Impulsantwort des Preemphase-Netzwerks
$g_{vxy}(\tau_1, \dots, \tau_v)$	v-dimensionaler Volterra-Kern eines nichtlinearen Systems mit Eingangsfunktion $x(t)$ und Ausgangsfunktion $y(t)$
GFD	Abkürzung für <u>G</u> egentakt- <u>F</u> lankendemo- <u>d</u> ulator
$G_D(j\omega)$	Übertragungsfunktion der Deemphase
$G_P(j\omega)$	Übertragungsfunktion der Preemphase
$G_\mu(s_1, \dots, s_\mu)$	μ -dimensionale Systemfunktion
$G_{vxy}(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$	v-dimensionale Fouriertransformierte von $g_{vxy}(\tau_1, \dots, \tau_v)$
$G_{AP}(j\omega)$	Allpaß-Übertragungsfunktion
$G_{SK}(j\omega)$	Übertragungsfunktion eines Schwingkreises
$h(t)$	Impulsantwort der linearen Übertragungsstrecke
$h_T(t)$	Impulsantwort des normierten äquivalenten Tiefpaßsystems der linearen Übertragungsstrecke

$h_{TP}(t)$	Impulsantwort des äquivalenten Tiefpaß-Systems der linearen Übertragungsstrecke
$h_v(\tau_1, \dots, \tau_v)$	v-dimensionaler Volterra-Kern
$H(j\omega)$	Übertragungsfunktion der linearen Übertragungsstrecke
$H_T(j\omega)$	Normierte äquivalente TP-Übertragungsfunktion der linearen Übertragungsstrecke
$H_{TP}(j\omega)$	Äquivalente TP-Übertragungsfunktion der linearen Übertragungsstrecke
$H_g(j\omega), H_u(j\omega)$	Aus $H_T(j\omega)$ abgeleitete Übertragungsfunktionen
$H_v(s_1, \dots, s_v)$	v-dimensionale Systemfunktion
$H_{vxy}(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$	v-dimensionale Systemfunktion eines nicht-linearen Systems mit Eingangsfunktion $x(t)$ und Ausgangsfunktion $y(t)$ für $s_i = j\omega_i$
i	Laufvariable
j	Imaginäre Einheit
k	Laufvariable
K	Anzahl der Kanäle des TF-Vielkanalsystems
K_1	Hilfsgröße zur Berechnung der absoluten Verzerrungsleistung
K_2	Korrekturgröße für psophometrische Bewertung
K_3	Bandbreiten-Korrekturgröße
K_4	Überpegel-Korrekturgröße
$K_v(s_1, \dots, s_v)$	v-dimensionale Systemfunktion
$K_{vxy}(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$	v-dimensionale Systemfunktion eines nicht-linearen Systems mit Eingangsfunktion $x(t)$ und Ausgangsfunktion $y(t)$ für $s_i = j\omega_i$
l	Laufvariable
L	Schwingkreis-Induktivität
LS_{xy}	Abkürzung für ein lineares System mit der Eingangsgröße $x(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$
$L(s), L_1(s), L_2(s)$	Übertragungsfunktionen allgemeiner linearer Systeme

$L_{xy}(j\omega)$	Übertragungsfunktion des linearen Systems LS_{xy}
$\mathcal{L}\{\dots\}$	Laplace-Transformierte von $\{\dots\}$
$\mathcal{L}^{-1}\{\dots\}$	Laplace-Rücktransformierte von $\{\dots\}$
$\mathcal{L}_V\{\dots\}$	V-dimensionale Laplace-Transformierte von $\{\dots\}$
$\mathcal{L}_V^{-1}\{\dots\}$	V-dimensionale Laplace-Rücktransformierte von $\{\dots\}$
$m(t)$	Amplitudenmodulations-Funktion
$m_V(t)$	Signalanteil V-ten Grades von $m(t)$ ($V = 1, 2, 3$)
M	Modulationsindex
NS_{xy}	Abkürzung für ein nichtlineares System mit Eingangsgröße $x(t)$ und Ausgangsgröße $y(t)$
$NPR(\omega)$	Störleistungsabstand (" <u>N</u> oise <u>P</u> ower <u>R</u> atio")
$\Delta N_{Sig}(\omega)$	Signalleistungsanteil in einem Fernsprechkanal
$\Delta N_{Stör}(\omega)$	Verzerrungsleistung in einem Fernsprechkanal
$\Delta N_{Stör_{op}}(\omega)$	Psophometrisch bewertete Verzerrungsleistung in einem Fernsprechkanal, bezogen auf den relativen Pegel Null
$\Delta N_{Stör_{\psi}}(\omega)$	Intermodulations-Verzerrungsleistung
$\Delta N_{Stör_{\eta}}(\omega)$	AM/PM-Konversionsverzerrungsleistung
$\Delta N_{Stör_{\psi\eta}}(\omega)$	Kreuzleistungsanteil
$p(t)$	Zeitfunktion am Preemphase-Ausgang
P_k	Schaltungsparameter der WandlungsfILTER
$P_{Stör}(\omega)$	Störleistungspegel in einem Fernsprechkanal der Mittenfrequenz ω
(P)	Parameter-Vektor für die Schaltungsparameter der WandlungsfILTER
Q	Schwingkreisgüte
R	Schwingkreiswiderstand
s	Komplexe Variable
$s(t)$	Sendezeitfunktion
S_m	Mittlere Steigung der Demodulationsflanke
S_{m_V}	Mittlere Steigung der Demodulationsflanke des V-Kreis-Gegentakt-Flankendemodulators
t, t_V	Zeitvariable ($V = 0, 1, 2, \dots$)
$\hat{u}_V$	Amplitude von $u_V(t)$ ($V = 1, 2, 3, 4$)
$u_1(t)$	Zeitfunktion am Modulator-Ausgang

$u_2(t)$	Zeitfunktion am Ausgang der linearen Übertragungsstrecke
$u_3(t)$	Zeitfunktion am Ausgang des Begrenzers
$u_4(t)$	Zeitfunktion am Ausgang des FM/AM-Wandlungsfilters
$u_{vh}(t)$	Komplexe Hüllkurve von $u_v(t)$ ($v = 1, 2, 3, 4$)
$U_v(j\omega)$	Spektrum von $u_v(t)$ ($v = 1, 2, 3, 4$)
v	Verstimmung eines Schwingkreises
V_A	Äquivalentes Volumen
V_1, V_2	Verstärkungskonstanten
VR	Abkürzung für <u>V</u> olterra-Funktional <u>r</u> eihe
VK	Abkürzung für <u>V</u> olterra- <u>K</u> ern
$x(t)$	Zeitfunktion am Eingang eines nichtlinearen Systems
$\hat{x}_i$	Amplitude einer cos-Schwingung der Kreisfrequenz ω_i am Eingang eines nichtlinearen Systems
$X(s)$	Laplace-Transformierte von $x(t)$
$y(t)$	Zeitfunktion am Ausgang eines nichtlinearen Systems
$y_v(t)$	Signalanteil v -ten Grades von $y(t)$
$y_v(t_1, \dots, t_v)$	v -dimensionale Zeitfunktion
$\tilde{y}_v(t_1, \dots, t_v)$	v -dimensionale Transformierte einer eindimensionalen Zeitfunktion $y_v(t)$
$\tilde{Y}_v(s_1, \dots, s_v)$	v -dimensionale Spektralfunktion von $\tilde{y}_v(t_1, \dots, t_v)$
$z(t), z_1(t), z_2(t)$	Hilfsfunktionen
$\gamma(t)$	Komplexe Hilfszeitfunktion
$\delta(t), \delta(\omega)$	Diracfunktionen
$\eta(t)$	Phasenmodulation durch AM/PM-Wandlung
Θ_0	Konstanter, reeller AM/PM-Konversionsfaktor
$\Theta(\omega)$	Frequenzabhängiger, reeller AM/PM-Konversionsfaktor
λ	Komplexe Variable
$\lambda(t)$	Hilfszeitfunktion

μ, ν	Laufvariable
$g(t), \xi(t)$	Hilfszeitfunktionen
σ_i	Realteil der komplexen Variablen s_i
τ, τ_ν	Zeitvariable ($\nu = 1, 2, \dots$)
$\bar{\tau}_G$	Mittlere Laufzeit
$\tau_G(\omega)$	Frequenzgang der Gruppenlaufzeit
$\tau_{Gg}(\omega)$	Gerader Anteil des Gruppenlaufzeit-Frequenzgangs
$\tau_{Gu}(\omega)$	Ungerader Anteil des Gruppenlaufzeit-Frequenzgangs
$\varphi(t)$	Zeitabhängige Sendephase
Φ_{N_s}	Konstante spektrale Leistungsdichte des Sendesignals $s(t)$
$\Phi(\omega)$	Allgemeine spektrale Leistungsdichtefunktion
$\Phi_y(\omega)$	Spektrale Leistungsdichte der allg. Zeitfunktion $y(t)$
$\Phi_{\nu y}(\omega)$	Spektrale Leistungsdichte des Signalanteils ν -ten Grades von $y(t)$
$\Phi_{\varphi\varphi}(\omega)$	Spektrale Leistungsdichte von $\varphi(t)$
$\psi(t)$	Zeitabhängige Phase am Ausgang des linearen Übertragungssystems
$\omega, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_\nu$	Kreisfrequenzvariable
ω_T	Trägerkreisfrequenz
Ω	Normierte Verstimmung eines Schwingkreises

Indizierung und Abkürzung der Schreibweise

$[...]^S$	Symmetrischer Anteil von [...] bezüglich der Variablen
$[...]^I[...]^{II}$	Der Ausdruck [...] bezieht sich auf den Demodulatorzweig I bzw. II

Zur Vereinfachung der Schreibweise wird folgende Abkürzung eingeführt:

$$\sum_{j_2, j_3} H(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = H(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) + H(j\omega_2, j\omega_3, j\omega_1) + H(j\omega_3, j\omega_1, j\omega_2).$$

$H(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3)$ steht allgemein für eine dreidimensionale Funktion.

1. Einleitung

Ein wesentliches Beurteilungskriterium für die Qualität von FM-Richtfunksystemen zur Übertragung trägerfrequenter Gesprächsbündel ist der Verzerrungsleistungsbeitrag infolge nichtlinearer Systembausteine. Da bei den neuen, immer breitbandigeren Richtfunksystemen diese Verzerrungsanteile verstärkt auftreten, müssen in zunehmendem Maße Anstrengungen sowohl praktischer als auch theoretischer Art unternommen werden, um die diesbezüglich an das System gestellten Forderungen zu erfüllen. Für die Herabsetzung der Entwicklungszeit und zur Einhaltung der maximal zulässigen Verzerrungsleistung ist deshalb eine quantitative Systemanalyse zwingend erforderlich. Dem Systemtheoretiker stellt sich damit die Aufgabe, ein möglichst genaues Rechenverfahren zur Bestimmung der Verzerrungsleistung in FM-Systemen anzugeben, das auf vorhandenen Rechnern eingesetzt werden kann.

Die Frequenz- und Phasenmodulation sind nichtlineare Modulationsverfahren. Dadurch wird die exakte Berechnung der nichtlinearen Verzerrungsleistung außerordentlich erschwert. Erst in letzter Zeit sind brauchbare Rechenverfahren bekannt geworden, die bei vertretbarem Rechenzeitbedarf genaue Ergebnisse liefern. Diese Verfahren beschränken sich jedoch auf die Berechnung der nichtlinearen Verzerrungsleistung, die infolge von Dämpfungs- und Laufzeitverzerrungen der Übertragungsstrecke zwischen Modulator und Demodulator entsteht. Über die Auswirkung eines nichtidealen Demodulationsvorgangs und dessen Einfluß auf die Gesamtverzerrungen liegen bis heute keine theoretischen Ergebnisse vor.

In der vorliegenden Arbeit wird ein Rechenverfahren verwendet, mit dem das Problem der Bestimmung von nichtlinearen Verzerrungen in sehr übersichtlicher Form gelöst werden kann. Dadurch wird es möglich, zusätzlich zu den nichtlinearen Verzerrungsbeiträgen der Übertragungsstrecke und des Begrenzer-Bausteins noch den Einfluß eines nichtidealen Demodulators zu berücksichtigen. Durch diese Erweiterung gegenüber bisher bekannten Arbeiten wird das der Rechnung zugrundegelegte FM-Übertragungssystem besser den realen Systemen angepaßt. Die Auslegung des Demodulators und der Entzerrer-Bausteine hinsichtlich einer minimalen Gesamtverzerrungsleistung des Systems wird dadurch ermöglicht.

1.1. Aufgabenstellung und Systembeschreibung

An die Linearität von Übertragungssystemen, insbesondere wenn sie für die gleichzeitige Übertragung einer Vielzahl von Fernsprechanälen (Vielkanalsysteme) ausgelegt sind, werden relativ hohe Anforderungen gestellt. Da es nicht gelingt, eine exakt lineare Kennlinie des Übertragungssystems zu realisieren, ist in den einzelnen Fernsprechanälen stets ein sog. "Intermodulationsgeräusch" vorhanden. Dieses durch nichtlineare Effekte erzeugte Geräusch, das als Verzerrungsleistung in einem unbelegten Fernsprechanal meßbar ist, stellt ein wichtiges Kriterium für die Übertragungsqualität des Systems dar.

Für den wichtigen Anwendungsfall der Übertragung trägerfrequenter Vielkanalgesprächsbündel wird zur Bestimmung dieser nichtlinearen Störleistung die in Bild 1.1 dargestellte Meßmethode angewandt. Diese Messung, die als Rausch-Klirr-Messung bezeichnet wird, liefert eine direkte Aussage über die Auswirkungen der Nichtlinearitäten des Übertragungssystems.

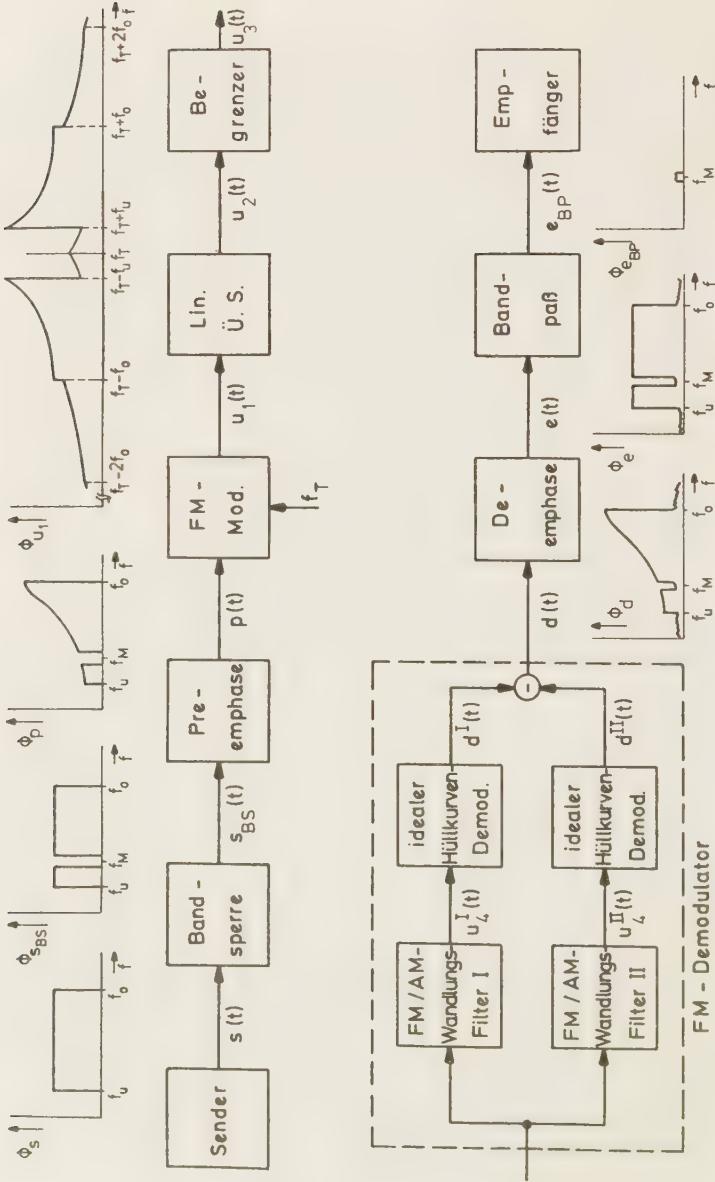


Bild 1.1: Rausch-Klirr-Meßmethode für das FM-Übertragungssystem

Im allgemeinen werden Übertragungssysteme so dimensioniert, daß die Verzerrungsleistung in den einzelnen Kanälen möglichst gleich groß und ihr Absolutwert minimal wird. In dieser Arbeit wird versucht, die über das Rausch-Klirr-Meßverfahren ermittelbare Störleistung in Abhängigkeit von den Systemparametern möglichst exakt rechnerisch darzustellen. Damit wird die optimale Auslegung des Systems schon in der Planungs- und Entwicklungsphase mit geringem Aufwand ermöglicht.

Die Lösung dieses Analyse- und Optimierungsproblems geschieht in enger Anlehnung an das Meßverfahren, sodaß die Beschreibung des in dieser Arbeit betrachteten FM-Systems anhand des meßtechnischen Modells in Bild 1.1 vorgenommen wird.

Der Sender gibt das zu übertragende Basisbandsignal $s(t)$ der Bandbreite $B_{NF} = f_o - f_u$ ab, welches im realen Betriebsfall aus dem trägerfrequenten Gesprächsbündel besteht. Für die Messung kann das Basisbandsignal durch ein äquivalentes Rauschsignal mit Gauß'scher Amplitudendichteverteilung und einer im Basisband-Frequenzbereich $f_u \leq f \leq f_o$ konstanten spektralen Leistungsdichte

$$\Phi_{\bar{N}_s} = \begin{cases} \frac{10^{\frac{1}{10} V_A}}{f_o - f_u} & \forall \quad f_u \leq f \leq f_o \\ 0 & \forall \quad f_u > |f|, |f| > f_o \end{cases} \quad (1.1)$$

mit der Dimension $[\Phi_{\bar{N}_s}] = \text{mW/Hz}$ nachgebildet werden [1], [2], [3]. Das sog. äquivalente Volumen V_A in Gl.(1.1) hat die Dimension dB_m und wurde vom CCITT in Abhängigkeit von der Kanalzahl K folgendermaßen festgelegt [4]:

$$V_A = -1 + 4 \log K \quad \forall \quad 12 \leq K < 240 \quad (1.2)$$

$$V_A = -15 + 10 \log K \quad \forall \quad K \geq 240 \quad (1.3)$$

Die Bandsperre auf der Sendeseite, sowie der empfangsseitige Bandpaß dienen nur zur Messung der nichtlinearen Systemverzerrungen und sind im tatsächlichen Betrieb nicht vorhanden. Durch die Bandsperre wird vom Sendespektrum ein Frequenzbereich der Breite ΔB mit der Mittenfrequenz f_M ausgeblendet. ΔB entspricht dabei der Durchlaß-Bandbreite eines Fernsprechanals. In diesem sog. Meßkanal wäre am Ausgang eines linearen Übertragungssystems kein Verzerrungsanteil vorhanden. Tatsächlich enthält dieser Kanal infolge der Nichtlinearitäten des Systems eine gewisse Verzerrungsleistung. Sie wird bei der Messung durch den empfangsseitigen Bandpaß von den übrigen Signalanteilen ausgefiltert, in einem Rauschpegelmesser angezeigt und stellt das Maß für die Nichtlinearität des Systems dar.

Auf die sendeseitige Bandsperre folgt ein Preemphase-Netzwerk, das im realen Betriebsfall durch eine lineare Vorverzerrung des Sendesignals eine Verbesserung des Signal-Rausch-Abstands im Empfänger bewirkt [3]. Der Verlauf des Betragsquadrats der Übertragungsfunktion der Preemphase wurde vom CCIR genormt und lautet:

$$\left| G_P \left(\frac{f}{f_0} \right) \right|^2 = \frac{3.15}{1 + \frac{6.9}{1 + \frac{5.25}{\left[\frac{1.25 f_0}{f} - \frac{f}{1.25 f_0} \right]^2}}} \quad (1.4)$$

Der Parameter f_0 ist dabei die höchste Basisbandfrequenz des zu übertragenden Gesprächsbündels.

Der Frequenzmodulator mit der Modulatorkonstanten c_M und der Trägerfrequenz f_T erzeugt aus dem durch das Preemphasefilter vorverzernten Basisbandsignal ein neues Signal, bei dem die zu übertragende Information in der Augenblicksfrequenz enthalten ist. Dies geschieht durch Umwandlung einer Amplitudenänderung der Eingangsspannung in eine Frequenzänderung des Modulator-Ausgangssignals. Die Amplitude der Modulatorausgangsspannung bleibt im Idealfall konstant.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein idealer Modulator vorausgesetzt, bei dem der Zusammenhang zwischen der Eingangsfunktion und der Differenz zwischen Augenblicksfrequenz und Trägerfrequenz völlig linear ist. Das verwendete Rechenverfahren läßt sich aber auch auf Modulatoren mit nicht exakt linearer Kennlinie anwenden.

Die lineare Übertragungsstrecke, die sich zwischen Modulator und Begrenzer befindet, soll sämtliche linearen Bausteine der RF-ZF-Übertragungsstrecke enthalten, wie z.B. das Funkfeld, die Antennenzuleitungen, die Umsetzer, die RF- und ZF-Verstärker, -Entzerrer und -Filter. Da alle diese Baugruppen das Signal nur linear verzerren, können sie hinsichtlich ihrer Systemeigenschaften gemeinsam behandelt werden. Sie verursachen eine zusätzliche Amplituden- und Phasenmodulation des FM-Signals.

Für eine einwandfreie Arbeitsweise des Demodulators ist es erforderlich, daß das Eingangssignal frei von störender Amplitudenmodulation (AM) ist. Um dies zu gewährleisten wird dem Demodulator eine Begrenzerstufe vorgeschaltet. In der Begrenzerstufe tritt im allgemeinen durch parasitäre

Effekte eine teilweise Umwandlung der AM in eine zusätzliche Störphasenmodulation, die sog. AM/PM-Konversion auf. Im übrigen wurde für die durchgeführten Rechnungen angenommen, daß der Begrenzer die AM des FM-Signals vollständig unterdrückt, so daß allein die Momentanfrequenz im Demodulator zur Rückgewinnung des Basisbandsignals ausgewertet wird.

Der Demodulator hat die Aufgabe, aus dem frequenzmodulierten, trägerfrequenten Signal das Basisbandsignal originalgetreu wiederzugewinnen. Im Idealfall muß er einen linearen Zusammenhang zwischen der Frequenz des Eingangssignals und der Ausgangszeitfunktion aufweisen. Unter dieser Voraussetzung gelten auch die Ergebnisse in [2] und [3]. In der vorliegenden Arbeit soll diese Idealisierung der Demodulatorkennlinie entfallen.

In dem in Bild 1.1 dargestellten Modell eines Richtfunksystems wird zur Demodulation das trägerfrequente Signal zunächst zwei voneinander entkoppelten Netzwerken zugeführt, die als FM/AM-WandlungsfILTER bezeichnet werden. Der Betragsverlauf der Übertragungsfunktion der WandlungsfILTER nimmt in der Umgebung der Trägerfrequenz näherungsweise linear mit der Frequenz zu oder ab. Infolgedessen verursacht eine Frequenzänderung ihrer Eingangssignale eine Amplitudenänderung der Ausgangssignale. Das Basisbandsignal ist somit den Ausgangssignalen der WandlungsfILTER als Amplitudenmodulation aufgeprägt und kann für jeden Demodulatorzweig mit Hilfe eines AM-Demodulators wiedergewonnen werden. Die Amplituden-Demodulation wird dabei in dieser Arbeit als ideal angenommen und durch den Systembaustein "idealer Hüllkurvendemodulator" beschrieben.

Eine Verbesserung der Linearität des Demodulations-Vorgangs wird durch die in Bild 1.1 angegebene Gegentaktschaltung erzielt und der Demodulator als Gegentakt-Flankendemodulator bezeichnet. Seine Linearität wird wesentlich durch die WandlungsfILTER bestimmt, deren optimale Auslegung und Realisierung ausführlich in Kapitel 4 behandelt werden.

Das Demodulator-Ausgangssignal wird dem Deemphase-Netzwerk zugeführt, das eine zum Preemphasefilter inverse Übertragungsfunktion besitzt. Es macht somit die durch das Preemphasefilter verursachte lineare Vorverzerrung rückgängig.

Der Bandpaß am Empfänger-Eingang mit der Mittenfrequenz f_M und der Bandbreite ΔB dient, wie schon erwähnt, lediglich zur Messung der Verzerrungsleistung in einem Fernsprechkanal.

Bevor das übermittelte Signal an den Empfänger abgegeben wird, können zwischen Demodulator und Empfänger Dämpfungs- und Laufzeitentzerrer zur Beseitigung der linearen Signalverzerrungen notwendig sein. Diese Bausteine sind nicht in das Blockschaltbild (Bild 1.1) eingetragen, da sie auf die Berechnung der Störleistung keinen Einfluß haben. Dasselbe gilt für nicht eingezeichnete ideale Verstärkerbausteine.

Nach dieser Beschreibung des zu betrachtenden FM-Systems wird im weiteren Teil der Arbeit im wesentlichen ein mathematisches Verfahren zur Berechnung der Störleistung in einem Fernsprechkanal angegeben. Es gestattet eine weitgehend exakte Berücksichtigung des Meßmodells und der angegebenen Systembausteine, einschließlich des nicht idealen Demodulators. Die berechnete Störleistung wird dabei nach ihrer Entstehungsursache in zwei Anteile, den Intermodulations-Verzerrungsanteil und den AM/PM-Konversionsverzerrungsanteil, aufgeteilt.

Unter dem Intermodulations-Verzerrungsanteil sollen diejenigen Störleistungsanteile verstanden werden, die bei einem als ideal angenommenen Begrenzer verbleiben. Dagegen werden die Verzerrungsanteile, die ihre Ursache in der Umwandlung einer Amplitudenmodulation in eine Störphasenmodulation haben, als AM/PM-Konversionsverzerrungen bezeichnet. Diese Verzerrungen ergeben sich bei dem betrachteten Systemmodell durch den nichtidealen Begrenzer.

Zur Verdeutlichung des weiteren Vorgehens wird noch ein kurzer Überblick über die einzelnen Kapitel der Arbeit gegeben.

Nach der kritischen Beurteilung möglicher Rechenverfahren zur Behandlung nichtlinearer Systeme in Kap. 1.2 und der Beschreibung der besonderen Merkmale der Arbeit in Kap. 1.3 werden in Kap. 2 die notwendigen theoretischen Grundlagen des verwendeten mathematischen Verfahrens zusammengestellt und benötigte Beziehungen abgeleitet.

Die Berechnung der Verzerrungsleistung in einem Fernsprechkanal für das in Bild 1.1 dargestellte Systemmodell wird zum besseren Verständnis in drei Schritten in den Kapiteln 3, 4 und 5 durchgeführt, wobei jeweils auf den Ergebnissen der vorangegangenen Kapitel aufgebaut wird.

In Kapitel 3 werden mit dem hier verwendeten mathematischen Verfahren die schon in [2] und [3] berechneten Verzerrungen des FM-Systems bei idealer Demodulation abgeleitet. Die Ergebnisse aus [2] und [3] werden durch Einführen eines frequenzabhängigen AM/PM-Konversionsfaktors und durch Berücksichtigung der Korrelation zwischen den Intermodulations- und AM/PM-Konversions-Verzerrungen verallgemeinert. Der Einfluß der Wandlungsfiler auf die entstehenden Störleistungen bei idealer Übertragungsstrecke wird in Kap. 4 behandelt, in dem außerdem ein kurzer Überblick über

Realisierungsmöglichkeiten der Wandlungsfiler gegeben werden soll. Mit Hilfe der Ergebnisse aus den Kapiteln 3 und 4 werden in Kapitel 5 die Störleistungen des gesamten FM-Systems berechnet. Geeignete Beispiele am Schluß der einzelnen Kapitel sollen jeweils die gewonnenen Ergebnisse verdeutlichen.

Abschließend sei noch bemerkt, daß die abgeleiteten Beziehungen für die Verzerrungsleistungen für den wichtigen Anwendungsfall eines Vielkanalsystems angegeben werden. Die Berücksichtigung anderer Eingangssignale ist jedoch ebenfalls möglich. Außerdem können die Ergebnisse leicht auf phasenmodulierte Systeme übertragen werden.

1.2. Methoden zur Berechnung nichtlinearer Systeme

Für nichtlineare Systeme gibt es im Gegensatz zu linearen Systemen keine allgemein gültige Theorie. Vielmehr wird der Lösungsweg abhängig vom Problem gewählt. Von den vielen, aus der Literatur bekannten Lösungsmöglichkeiten zur Berechnung der nichtlinearen Verzerrungen in FM-Systemen, sollen zwei näher betrachtet werden, ein numerisches Verfahren - die sog. Simulationsmethode - und die analytische Methode.

Ein ausführlicher Überblick über wesentliche Merkmale und die verschiedenen Abwandlungen der Simulationsverfahren [2], [5] - [8] und der analytischen Verfahren [3], [9] - [23], ist in [3] zu finden. Deshalb werden hier nur kurz die charakteristischen Eigenschaften beider Verfahren anhand der beiden typischen Vertreter [2] und [3] zusammengestellt. Eine Gegenüberstellung mit den Vor- und Nachteilen der in dieser Arbeit vorgeschlagenen Lösungsmethode soll deren besondere Eigenschaften klar stellen.

Simulationsmethode

Die Simulationsmethode gehört zu den numerischen Verfahren. Das nichtlineare System und das Eingangssignal werden dabei simuliert. Bezüglich der mathematischen Zusammenhänge ist diese Methode sehr übersichtlich. Änderungen von Systembausteinen können leicht durchgeführt werden. Unabhängig von der Art und Stärke der Nichtlinearität werden sämtliche Verzerrungsanteile berücksichtigt. Insbesondere können bei FM-Systemen die Effekte durch ideale Bandbegrenzung untersucht und auch große Modulationsindizes zugelassen werden.

Nachteilig beim Simulationsverfahren ist dagegen der Rechenzeitbedarf. Er wurde in [2] durch konsequente Anwendung der FFT gegenüber anderen Verfahren wesentlich reduziert, ist aber immer noch verhältnismäßig groß. Die Ursache dafür ist, daß das Basisbandsignal eines Vielkanalsystems durch eine Anzahl von Sinusschwingungen simuliert wird, deren Nullphasenwinkel von einem Zufallsgenerator festgelegt werden. Für ein statistisch zuverlässiges Ergebnis müssen die statistischen Eigenschaften des Basisbandsignals ausreichend genau beschrieben werden. Dazu muß eine entsprechend große Anzahl von Sinusschwingungen verwendet und die Rechnung genügend oft mit verschiedenen Nullphasenwinkel-Vektoren ausgeführt werden.

Analytische Lösungsmethoden

Beim analytischen Verfahren wird das Ergebnis entweder geschlossen, approximativ oder in Form einer Reihenentwicklung dargestellt.

Eine typische analytische Lösungsmethode wird in [3] angegeben. Sie unterscheidet sich von den meisten anderen bekannten analytischen Verfahren durch geringe Rechenzeit

und die Genauigkeit des Ergebnisses. Zur Lösung werden die nichtlinearen Modulator- und Demodulator-Operatoren in eine Reihe entwickelt. Die Dämpfung und Gruppenlaufzeit des linearen Übertragungssystems wird durch ein Polynom approximiert. Im Gegensatz zu sonst üblichen Taylorreihen-Ansätzen werden die Polynomkoeffizienten so bestimmt, daß im interessierenden Übertragungsbereich eine möglichst gute Annäherung zwischen dem Wunsch- und Istfrequenzgang erreicht wird. Die spektrale Leistungsdichte des Sendesignals vor der Modulation wird exakt berücksichtigt. Außerdem wird die Berechnung der quadratischen und kubischen Verzerrungsleistungsanteile ohne Vernachlässigung durchgeführt.

Die mathematischen Zusammenhänge bei diesem Verfahren sind allerdings kompliziert und nicht sehr übersichtlich. Zur Berechnung der Verzerrungsleistungen muß zunächst eine Reihe von Faltungsintegralen berechnet werden. Deren Auswertung ist zwar für jedes FM-System nur einmal durchzuführen, benötigt aber ein Vielfaches an Rechenzeit und Speicherplatz gegenüber der anschließenden Berechnung der Verzerrungsleistungen. Bei der Nachbildung rippelförmiger Dämpfungs- und Laufzeitverläufe sowie steiler Dämpfungsflanken können u.U. Genauigkeitsprobleme auftreten.

Ein analytisches Verfahren, bei dem die Übertragungsstrecke exakt berücksichtigt werden kann, wurde in [21] - [23] verwendet. Unter der Voraussetzung einer idealen Demodulation wird in diesen Arbeiten das Ausgangssignal des nichtlinearen FM-Übertragungssystems in eine Volterra-Reihe entwickelt. Mit Hilfe der transformierten Volterra-Kerne können die quadratischen und kubischen Verzerrungsanteile ohne Vernachlässigung in geschlossener Form dargestellt werden. Das Basisbandsignal wird exakt berücksichtigt, sofern es eine Gauß'sche Amplitudendichteverteilung besitzt. Bei TF-Vielkanalsystemen ist diese Bedingung erfüllt.

Aufgrund der Vorteile, welche die Volterra-Funktionalreihe für das vorliegende Problem bietet, wird sie auch in dieser Arbeit angewendet. In Kapitel 2 soll die Theorie und ihr Anwendungsbereich ausführlich dargelegt werden.

1.3. Ziel und besondere Merkmale der Arbeit

Das Ziel der Arbeit ist die Anwendung einer allgemeinen, übersichtlichen Theorie zur Bestimmung der nichtlinearen Verzerrungen in FM-Systemen. Insbesondere wird beabsichtigt, bisher bekannte Arbeiten durch Berücksichtigung eines realen Demodulations-Prozesses bei der Berechnung der Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen zu erweitern. Damit wird eine Gesamtsystem-Analyse und -Optimierung unter Einbeziehung der Verzerrungen der Übertragungsstrecke, des Begrenzers und des Demodulators ermöglicht.

In der vorliegenden Arbeit werden die bisher bekannten analytischen Rechenverfahren in folgenden Punkten verbessert und erweitert:

- a) Die Berechnung der nichtlinearen Übertragungseigenschaften des betrachteten FM-Systems erfolgt mit Hilfe der sog. Systemfunktionen vollständig im Frequenzbereich. Das nichtlineare System wird dazu in lineare und nichtlineare Teilsysteme unterteilt, deren mathematische Beschreibung sehr einfach ist. Durch formale Anwendung allgemeiner Rechenregeln für die Reihen- und Parallelschaltung linearer und nichtlinearer Systeme können die Eingangs-Ausgangs-Beziehungen des Gesamtsystems mit Hilfe der Systemfunktionen der Teilsysteme in sehr einfacher Weise ermittelt werden. Durch die Anwendung einer allgemeinen mathematischen Methode, die auf jedes durch Volterra-Funktionalreihen zu beschreibende nichtlineare System anwendbar ist, ergeben sich durch eine übersichtliche Ableitung der Ergebnisse gute Einblicke in die

Eigenschaften nichtlinearer Systeme. Das Verfahren ist erweiterungsfähig. Zusätzliche Nichtlinearitäten, z.B. eine reale Modulatorkennlinie, können berücksichtigt werden.

- b) Das bei der Rechnung berücksichtigte Übertragungssystem wird durch Einbeziehung eines Gegentakt-Flankendemodulators mit realen Wandlungsfiltren erweitert und dadurch besser den realen Systemen angepaßt. In FM-Richtfunksystemen, die zur Übertragung trägerfrequenter Gesprächsbündel eingesetzt werden, wird der erwähnte Demodulator-Typ normalerweise verwendet. Der Einfluß der Linearität der Demodulationsflanke und der Laufzeit der Wandlungsfiltren auf die nichtlinearen Signalverzerrungen wird analysiert. Möglichkeiten zur Laufzeitentzerrung werden untersucht.
- c) Die Korrelation zwischen den Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen wird bei der Berechnung der Verzerrungsleistung exakt berücksichtigt. Unter bestimmten Bedingungen sind die erwähnten Verzerrungsanteile unkorreliert. Die dazu notwendigen Eigenschaften der Übertragungsstrecke werden abgeleitet.

Weitere charakteristische Merkmale der Arbeit sind:

- d) Die quadratischen und kubischen Verzerrungsleistungsanteile werden ohne Vernachlässigung berechnet. Die Beschränkung der Rechnung auf diese Verzerrungsanteile ist für die betrachteten "fast linearen" Systeme zulässig.
- e) Die Rechnung wird für das tatsächlich vorliegende Basisbandsignal durchgeführt. Es wird lediglich vorausgesetzt, daß es sich um ein Signal mit Gauß'scher Amplitudendichteverteilung handelt. Bei FM-Vielkanalsystemen ist dies erfüllt.

- f) Sämtliche Filterbausteine sowie die Übertragungsstrecke werden exakt berücksichtigt. Sie können in Form einer Übertragungsfunktion vorliegen oder durch ihren Dämpfungs- und Laufzeitverlauf angegeben werden. Da eine Approximation des Filterfrequenzgangs entfällt, sind Untersuchungen von Bandbegrenzungs-Effekten möglich.
- g) Bei der Programmierung wurde besonders darauf geachtet, daß die Rechenzeit klein bleibt, um Systemoptimierungen durchführen zu können. Die entwickelten Programme benötigen wenig Speicherplatz und sind sehr anwenderfreundlich und leicht bedienbar. Zur Berechnung der Verzerrungsleistungen müssen nur die technischen Daten des Systems und die Übertragungseigenschaften der Filterbausteine bekannt sein.

2. Die Berechnung fast linearer Systeme mit Volterra-Funktionalreihen

Die Volterra-Funktionalreihe (VR) dient zur Beschreibung der Signaltransformationseigenschaften einer großen Klasse von nichtlinearen Systemen. Das gemeinsame Kennzeichen dieser Systeme ist, daß ihre Verzerrungen, nach der Unterscheidung von Küpfmüller [24, S.194], in die wichtige Gruppe der sog. regulären nichtlinearen Verzerrungen eingeordnet werden können. Die VR kann als eine verallgemeinerte Taylorreihe aufgefaßt werden, die auch die Behandlung gedächtnisbehafteter Systeme gestattet. Sie dient als Lösungsansatz für nichtlineare inhomogene Differential-Gleichungen bzw. zur Charakterisierung der Eingangs-Ausgangs-Beziehungen nichtlinearer Systeme. Das Ausgangssignal erscheint dabei in Form einer unendlichen Reihe, die je nach Genauigkeitsansprüchen nach einer endlichen Anzahl von Gliedern abgebrochen werden kann.

Über Theorie und praktische Anwendung der Volterra-Funktionalreihe gibt es heute eine große Anzahl von Veröffentlichungen ([21]-[23] und [25]-[49]). Wiener [26] hat die von Volterra [25] benutzte Funktionaldarstellung erstmalig auf ein nichtlineares Problem angewendet. Durch Einführung mehrdimensionaler Transformationen und Berücksichtigung statistischer Eingangsgrößen wurde die Theorie anschließend in einer Reihe von Arbeiten erweitert [27]-[34]. Butterweck stellte in einem ausführlichen Übersichtsartikel die wichtigsten theoretischen Grundlagen der Volterra-Reihen nochmals zusammen [35]. Neuere Veröffentlichungen befassen sich mit der Synthese und Identifizierung nichtlinearer Systeme [36]-[38].

Eine Reihe geeigneter nachrichtentechnischer Probleme wurde inzwischen mit Hilfe dieser Theorie gelöst. Narayanan untersuchte in [39] und [40] nichtlineare Probleme in

Transistorschaltungen. Später wurde die Analyse auf Systeme mit Gauß'schen Eingangsgrößen und auf rückgekoppelte Systeme ausgeweitet [41]-[44]. Van Trees [45] wendete die Volterra-Reihe zur Analyse von Phase-Locked-Loop Schaltungen an. Die nichtlinearen Verzerrungen, die im Zusammenhang mit der Übertragung frequenzmodulierter Signale unter der Voraussetzung eines idealen Demodulationsprozesses auftreten, wurden in [21] und [22] analysiert. Bedrosian und Rice gaben in [23] eine zusammenfassende Darstellung zur Berechnung nichtlinearer gedächtnisbehafteter Systeme mit Volterra-Reihen. In dieser Arbeit wurden die allgemeinen Eingangs-Ausgangs-Beziehungen verschiedener nichtlinearer Systeme bei harmonischen und Gauß'schen Eingangssignalen angegeben. Bussgang, Ehrman und Graham [46] sowie Steinhäuser [47], [48], wendeten die Theorie auf nichtlineare Systeme mit mehreren Eingangsgrößen an. Anstelle spezieller Schaltungen wurden in diesen Arbeiten allgemeine, nichtlineare Netzwerke betrachtet und deren Analyse durchgeführt.

Die Volterra-Funktionalreihe in Verbindung mit der mehrdimensionalen Laplace- oder Fourier-Transformation eignet sich besonders zur Analyse nichtlinearer Verzerrungen von Systemen, die nur schwach nichtlinear sind. Die Reihe konvergiert dann schnell und kann nach wenigen Gliedern abgebrochen werden. Diese Bedingung ist in der Praxis häufig erfüllt, insbesondere auch bei den in der Richtfunktechnik üblichen Systemen, an deren Linearität außerordentlich hohe Anforderungen gestellt werden.

In den folgenden Kapiteln soll die aus der Literatur bekannte Theorie der Volterra-Funktionalreihen für ihre Anwendung in dieser Arbeit zusammengestellt und aufbereitet werden. Die Betrachtungen werden dabei auf quellenfreie, zeitunabhängige und kausale Systeme beschränkt.

2.1. Charakterisierung nichtlinearer Systeme im Zeitbereich

2.1.1. Volterra-Funktionalreihe und Volterra-Kerne

Bei linearen, zeitunabhängigen und kausalen Systemen läßt sich der Zusammenhang zwischen der Eingangsgröße $x(t)$ ($x(t) = 0$ für $t < 0$) und der Ausgangsgröße $y(t)$ im Zeitbereich durch das Faltungsintegral beschreiben:

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(t-\tau) x(\tau) d\tau \quad (2.1)$$

Die Impulsantwort $h(t)$ spielt dabei die Rolle einer Gewichtsfunktion und charakterisiert das Gedächtnis des Systems. Durch das Faltungsintegral wird der Funktion $x(t)$ eine neue Funktion $y(t)$ zugeordnet. Dieser Zusammenhang wird durch die Funktionalbeziehung $y(t) = T[x(t)]$ ausgedrückt. Der Operator T symbolisiert die durchzuführende Operation und bildet im betrachteten Zeitintervall die Menge der Eingangszeitfunktionen $x(t)$ eindeutig in die Menge der Ausgangszeitfunktionen $y(t)$ ab.

Zur Beschreibung nichtlinearer Systeme mit Gedächtnis reicht das eindimensionale Faltungsintegral Gl.(2.1) nicht mehr aus. Unter bestimmten Voraussetzungen, die in Kap. 2.1.2 angegeben werden, läßt sich die Funktionalbeziehung $y(t) = T[x(t)]$ in Form einer unendlichen Funktionalreihe, der sog. Volterra-Reihe, darstellen:

$$\begin{aligned} y(t) &= \sum_{v=1}^{\infty} y_v(t) \\ &= \sum_{v=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} h_v(\tau_1, \dots, \tau_v) x(t-\tau_1) \dots x(t-\tau_v) d\tau_1 \dots d\tau_v \end{aligned} \quad (2.2)$$

Man erhält diese Funktionalbeziehung z.B. auf systemtheoretischem Wege, wenn man die Eingangs-Ausgangs-Kennlinie der gedächtnislosen nichtlinearen Bausteine in Potenzreihen entwickelt und die Transformations-Eigenschaften der linearen Bausteine durch das Faltungsintegral ausdrückt.

Abhängig von der Nichtlinearität und den gewünschten Genauigkeitsanforderungen kann die VR Gl.(2.2) nach endlich vielen Gliedern abgebrochen werden. Die systembestimmenden "v-dimensionalen Impulsantworten" $h_v(\tau_1, \dots, \tau_v)$ sind die sog. Volterra-Kerne (VK). Sie verschwinden bei kausalen Systemen, falls mindestens eine der unabhängigen Variablen τ_i ($i=1, 2, \dots, v$) kleiner oder gleich Null wird:

$$h_v(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_i, \dots, \tau_v) = 0 \quad \forall \quad \tau_i \leq 0 \quad (2.3)$$

In anschaulicher Weise läßt sich die Signaltransformation bei Verwendung der Volterra-Reihenentwicklung durch die Parallelschaltung von $n^{1)}$ Systemen darstellen. Dabei wird der Signalanteil v-ten Grades ($v=1, \dots, n$) durch das Ausgangssignal des v-ten Systems repräsentiert (Bild 2.1).

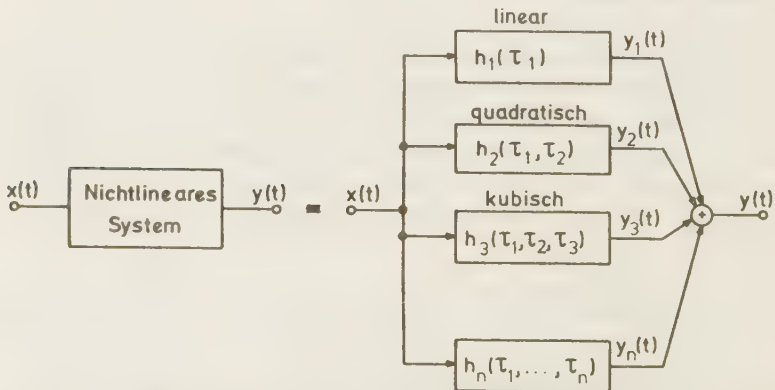


Bild 2.1: Darstellung eines nichtlinearen Systems bei der VR

1) Im allgemeinen Fall ist $n = \infty$

Das erste System in Bild 2.1 liefert dabei den linearen Signalanteil. Das Ausgangssignal $y_1(t)$ ergibt sich durch Faltung von $x(t)$ mit dem VK $h_1(\tau_1)$, der mit der Impulsantwort des linearen Systemanteils identisch ist. Allgemein geht die Ausgangszeitfunktion $y_v(t)$ des Systems v -ten Grades aus einer v -dimensionalen Faltung der Eingangszeitfunktion $x(t)$ mit dem VK $h_v(\tau_1, \dots, \tau_v)$ hervor.

Im Gegensatz zu einem linearen System, das durch die Impulsantwort $h_1(t)$ vollständig festgelegt ist, wird ein nichtlineares System im allgemeinen Fall durch unendlich viele Funktionen $h_v(\tau_1, \dots, \tau_v)$, ($v=1, \dots, \infty$) beschrieben. Das lineare System kann somit als Sonderfall aus der allgemeinen Funktionalbeziehung in Gl.(2.2) abgeleitet werden, wenn nur $h_1(t)$ von Null verschieden ist.

Gilt für die Volterra-Kerne die Beziehung

$$h_v(\tau_1, \dots, \tau_v) = k_v \delta(\tau_1) \delta(\tau_2) \dots \delta(\tau_v), \quad (v=1, 2, \dots, \infty) \quad (2.4)$$

so erhält man die Ausgangszeitfunktion

$$y(t) = k_1 x(t) + k_2 x^2(t) + \dots + k_v x^v(t) + \dots \quad (2.5)$$

Die Volterra-Kerne in Gl.(2.4) charakterisieren somit ein gedächtnisloses, nichtlineares System, bei dem die Ausgangszeitfunktion zur Zeit $t=t_0$ nur von der Eingangszeitfunktion zur Zeit $t=t_0$ abhängt.

Zur Beschreibung nichtlinearer Systeme mittels Volterra-Reihen sollen noch zwei gebräuchliche Abkürzungen eingeführt werden, die spezielle nichtlineare Systeme kennzeichnen sollen.

- a) Potenzsystem: Besteht die Funktionalreihe nur aus einem einzigen v -dimensionalen Faltungsintegral, so handelt

es sich um ein Potenzsystem v -ten Grades. Für $v=2$ und $v=3$ werden die gebräuchlichen Bezeichnungen "rein quadratisches" und "rein kubisches" System benutzt.

- b) Polynomsystem: Ein Polynomsystem n -ten Grades wird durch eine endliche Funktionalreihe beschrieben, wobei das letzte Glied ein n -dimensionales Faltungsintegral ist. Ein Polynomsystem läßt sich als Parallelschaltung von Potenzsystemen darstellen.

2.1.2. Anwendungsbereich und Konvergenz der Volterra-Funktionalreihe. Stabilität nichtlinearer Systeme

Voraussetzungen für die Anwendbarkeit der Volterra-Reihe

Mit der Volterra-Funktionalreihe nach Gl.(2.2) kann der Zusammenhang zwischen dem Eingangs- und Ausgangssignal einer bestimmten Klasse von nichtlinearen Systemen wiedergegeben werden, für die neben der Kausalität¹⁾ und Zeitinvarianz²⁾ noch folgende Bedingungen erfüllt sein müssen [35], [47]:

- a) Eindeutigkeit des Zusammenhangs zwischen der Eingangsgröße $x(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$. Das bedeutet, daß beispielsweise keine Hystereseverzerrungen beschrieben werden können.
- b) Quellenfreiheit des Systems, d.h. $y(t) \equiv 0$ für $x(t) \equiv 0$. Wegen der vorausgesetzten Quellenfreiheit fehlt das Gleichstromglied y_0 in Gl.(2.2)
- c) Die nichtlineare Kennlinie des Systems muß im Arbeitspunkt in eine Potenzreihe entwickelbar sein. Die VR gibt dann die Verzerrungen der Wechselgröße richtig wieder, die durch die Aussteuerung der Kennlinie im

1) Volterra-Reihen für nichtkausale Systeme werden in [23] angegeben.

2) Zeitvariante Systeme lassen sich mit einer verallgemeinerten VR beschreiben [49].

Arbeitspunkt entstehen. Die Rückwirkung auf den Arbeitspunkt, der durch die sich einstellenden Gleichstromverhältnisse festgelegt ist, wird jedoch nicht erfaßt.

Konvergenz der Volterra-Reihe

Ähnlich wie bei Potenzreihen müssen auch bei VR Konvergenzbetrachtungen durchgeführt werden. Eine allgemeine Untersuchung des Konvergenzproblems ist in [32] zu finden.

Für ein beschränktes Eingangssignal $|x(t)| \leq N$ für alle t wird die Volterra-Reihe

$$\sum_{v=1}^{\infty} y_v(t) = \sum_{v=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} h_v(\tau_1, \dots, \tau_v) x(t-\tau_1) \dots x(t-\tau_v) d\tau_1 \dots d\tau_v$$

aus Gl.(2.2) durch eine Potenzreihe majorisiert:

$$\left| \sum_{v=1}^{\infty} y_v(t) \right| \leq \sum_{v=1}^{\infty} b_v N^v \quad (2.6)$$

mit

$$b_v = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} |h_v(\tau_1, \dots, \tau_v)| d\tau_1 \dots d\tau_v. \quad (2.7)$$

Für die Konvergenz von Gl.(2.6) ist offenbar notwendig, daß $b_v < \infty \forall v$ ist; die Volterra-Kerne müssen also betragsmäßig integrierbar sein. Falls die Volterra-Reihe unendlich viele Glieder enthält, muß nach dem Wurzelkriterium zusätzlich der Konvergenzradius

$$R = \frac{1}{\lim_{v \rightarrow \infty} \sqrt[v]{b_v}} > 0 \quad (2.8)$$

sein. Für ein beschränktes Eingangssignal $|x(t)| < R$ konvergiert somit die VR aus Gl.(2.2). Ist die Anzahl der Reihenglieder in Gl.(2.2) dagegen endlich, so ist die Reihe für beschränkte b_v stets konvergent.

Die Überprüfung der Konvergenz stellt ein schwieriges Problem dar, setzt sie doch die Kenntnis sämtlicher Volterra-Kerne voraus. In der Praxis ist die Konvergenz der Reihe sowie die Übereinstimmung von $y(t)$ aus Gl.(2.2) mit der Ausgangsfunktion des nichtlinearen Systems im allgemeinen dann gewährleistet, wenn das System im Klein-signalbetrieb arbeitet und seine nichtlinearen Kennlinien im Arbeitspunkt oder Bezugspunkt in konvergierende Taylor-reihen entwickelt werden können. In diesem Fall beschreiben die unendlich vielen Volterra-Kerne vollständig die Über-tragungseigenschaften des nichtlinearen Systems.

Eine Stabilitätsbedingung für nichtlineare Systeme

Wenn die VR in Gl.(2.2) gegen das Ausgangssignal des realen Systems konvergiert, kann dessen Stabilität anhand der Volterra-Kerne untersucht werden.

Ein System ist stabil, wenn ein beschränktes Eingangssignal $|x(t)| < N$ ein beschränktes Ausgangssignal $|y(t)| < Z$ hervorruft. N und Z sind dabei positive, endliche Konstanten [50, S.17]. Nach [35] ist für die Stabilität des Systems hinreichend, daß sämtliche Volterra-Kerne absolut inte-grabel sind:

$$\sum_{0}^{\infty} M \int_{0}^{\infty} |h_v(\tau_1, \dots, \tau_v)| d\tau_1 \dots d\tau_v < \infty \quad \forall \quad v \quad (2.9)$$

Im Gegensatz dazu ist bei linearen Systemen die Bedingung $\sum_{0}^{\infty} |h_1(\tau_1)| d\tau_1 < \infty$ notwendig und hinreichend.

2.1.3. Symmetrieeigenschaften der Volterra-Kerne

Zerlegt man den quadratischen Volterra-Kern in seinen bezüglich der Variablen τ_1 und τ_2 symmetrischen und antisymmetrischen Anteil

$$h_2(\tau_1, \tau_2) = h_2^s(\tau_1, \tau_2) + h_2^a(\tau_1, \tau_2) \quad (2.10)$$

mit

$$h_2^s(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{2} [h_2(\tau_1, \tau_2) + h_2(\tau_2, \tau_1)] \quad (2.11)$$

und

$$h_2^a(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{2} [h_2(\tau_1, \tau_2) - h_2(\tau_2, \tau_1)] \quad (2.12)$$

und berechnet das zweidimensionale Faltungsintegral für den quadratischen Verzerrungsanteil

$$\begin{aligned} y_2(t) = & \iint_0^\infty h_2^s(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ & + \iint_0^\infty h_2^a(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

so verschwindet das zweite Doppelintegral, weil eine in τ_1 und τ_2 antisymmetrische Funktion über den ersten Quadranten der τ_1, τ_2 -Ebene integriert wird.

Für den v -dimensionalen Volterra-Kern gilt allgemein, daß nur sein bezüglich der Variablen symmetrischer Anteil einen Beitrag zu $y_v(t)$ liefert. Das Mehrfachintegral über den antisymmetrischen Anteil verschwindet. Der Volterra-Kern $h_v(\tau_1, \dots, \tau_v)$ ist deshalb als eine in den Variablen $\tau_1, \dots, \tau_v$ symmetrische Funktion aufzufassen. Unsymmetrische Kerne können symmetriert werden. Es gilt:

$$\begin{aligned} h_v^s(\tau_1, \dots, \tau_v) = & \frac{1}{v!} [h_v(\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_v) \\ & + h_v(\tau_2, \tau_1, \tau_3, \dots, \tau_v) + \dots] \end{aligned} \quad (2.14)$$

Dabei ist über alle Permutationen der Variablen $\tau_1, \dots, \tau_v$ zu summieren. Die symmetrischen Anteile der häufig vorkommenden quadratischen (s.Gl.(2.11)) und kubischen Kerne sind:

$$h_2^s(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{2} [h_2(\tau_1, \tau_2) + h_2(\tau_2, \tau_1)] \quad (2.15)$$

$$h_3^s(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = \frac{1}{6} [h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) + h_3(\tau_1, \tau_3, \tau_2) + h_3(\tau_2, \tau_1, \tau_3) + h_3(\tau_2, \tau_3, \tau_1) + h_3(\tau_3, \tau_1, \tau_2) + h_3(\tau_3, \tau_2, \tau_1)] \quad (2.16)$$

Aus Gl.(2.14) folgt, daß alle Volterra-Kerne, die sich durch Permutation ihrer Variablen ineinander überführen lassen, als gleich anzusehen sind.

2.2. Charakterisierung nichtlinearer Systeme im Frequenzbereich

2.2.1. Die mehrdimensionale Laplace-Transformation

Die Signaltransformations-Eigenschaften nichtlinearer Systeme lassen sich neben ihrer Beschreibung im Zeitbereich auch im Frequenzbereich formulieren. Die mehrdimensionale Laplace- (oder Fourier-) Transformation hat dabei für nicht-lineare Systeme die gleiche Bedeutung wie die eindimensionale Laplace- (oder Fourier-) Transformation bei linearen. Sie wird sowohl zur Durchführung der Transformation vom Zeit- in den Frequenzbereich als auch zur Lösung nicht-linearer Differentialgleichungen mit Volterra-Reihenansätzen verwendet.

Die mehrdimensionale Laplace-Transformation (f_v -Transformation) ist eine Erweiterung der eindimensionalen Laplace-Transformation auf den mehrdimensionalen Raum. Die Transformation vom Zeit- in den Frequenzbereich ist folgender-

maßen definiert [34]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_V \{ f(t_1, \dots, t_V) \} &= F(s_1, \dots, s_V) \\ &= \int_0^\infty (V) \int_0^\infty f(t_1, \dots, t_V) e^{-s_1 t_1 - \dots - s_V t_V} dt_1 \dots dt_V \end{aligned} \quad (2.17)$$

Die Rücktransformation läßt sich in Form eines mehrdimensionalen komplexen Umkehrintegrals angeben, durch welches der Spektralfunktion eindeutig die Zeitfunktion zugeordnet wird [34]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_V^{-1} \{ F(s_1, \dots, s_V) \} &= f(t_1, \dots, t_V) \\ &= \frac{1}{(2\pi i)^V} \int_{C_1 - j\infty}^{C_1 + j\infty} \int_{C_V - j\infty}^{C_V + j\infty} F(s_1, \dots, s_V) e^{s_1 t_1 + \dots + s_V t_V} ds_1 \dots ds_V \\ &\quad (t_i > 0, i=1, \dots, V) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Die notwendigen Bedingungen für die Konvergenz des $\mathcal{L}_V$ -Integrals sind in [47] und [51] angegeben. Das $\mathcal{L}_V$ -Integral konvergiert im allgemeinen für gewisse Bereiche der komplexen Variablen, die durch $\operatorname{Re}\{s_i\} = \sigma_i > \sigma_{i0}$ ($i=1, \dots, V$) festgelegt werden. Dabei hängen die σ_{i0} -Werte voneinander ab. Für $\operatorname{Re}\{s_i\} > \sigma_{i0}$ ($i=1, \dots, V$) ist die Spektralfunktion $F(s_1, \dots, s_V)$ eine analytische Funktion.

Die Anwendung der $\mathcal{L}_V$ -Transformation auf eine eindimensionale Zeitfunktion $f(t)$ ist möglich [52]. Dazu werden anstelle der Variablen t die Hilfsvariablen $t_1, \dots, t_V$ eingeführt und $f(t)$ in die mehrdimensionale Funktion $\tilde{f}(t_1, \dots, t_V)$ transformiert. Dabei muß die Bedingung

$$f(t) = \tilde{f}(t_1, \dots, t_V) \quad \forall \quad t_1 = t_2 = \dots = t_V = t \quad (2.19)$$

erfüllt sein¹⁾. Die $\mathcal{L}_V$ -Transformation wird dann für $\tilde{f}(t_1, \dots, t_V)$ entsprechend Gl.(2.17) ausgeführt:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_V\{f(t)\} &= \tilde{F}(s_1, \dots, s_V) = \mathcal{L}_V\left\{\tilde{f}(t_1, \dots, t_V)\right\}_{t_1=\dots=t_V=t} \\ &= \int_0^\infty \int_0^\infty \tilde{f}(t_1, \dots, t_V) e^{-s_1 t_1 - \dots - s_V t_V} dt_1 \dots dt_V\end{aligned}\quad (2.20)$$

Mit

$$\begin{aligned}f^{\mathcal{K}}(t) &\equiv \tilde{f}(t_1, \dots, t_V)_{t_1=\dots=t_V=t} \\ &= f(t_1)f(t_2) \dots f(t_{\mathcal{K}-1})\tilde{f}(t_{\mathcal{K}}, t_{\mathcal{K}+1}, \dots, t_V)\end{aligned}$$

wobei $\mathcal{K} \leq V$ gilt allgemein:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_V\{f^{\mathcal{K}}(t)\} &= \int_0^\infty \int_0^\infty f(t_1)f(t_2) \dots f(t_{\mathcal{K}-1})\tilde{f}(t_{\mathcal{K}}, t_{\mathcal{K}+1}, \dots, t_V) \cdot \\ &\quad \cdot e^{-s_1 t_1 - s_2 t_2 - \dots - s_V t_V} dt_1 \dots dt_V \\ &= F(s_1)F(s_2) \dots F(s_{\mathcal{K}-1})\tilde{F}(s_{\mathcal{K}}, s_{\mathcal{K}+1}, \dots, s_V) \\ &\quad (\mathcal{K} \leq V)\end{aligned}\quad (2.21)$$

1) Die Transformation von $f(t)$ in eine mehrdimensionale Funktion $\tilde{f}(t_1, \dots, t_V)$ ist prinzipiell immer möglich. Sie ist jedoch nicht eindeutig durchführbar. Beispielsweise kann $f(t)$ in die zweidimensionalen Funktionen $\tilde{f}(t_1, t_2) = \varepsilon f(t_1) + (1-\varepsilon)f(t_2)$ transformiert werden, wobei ε ein freier Parameter ist. Unabhängig von ε erfüllen sämtliche Funktionen $\tilde{f}(t_1, t_2)$ die Bedingung aus Gl.(2.19).

Da im Ausgangssignal nichtlinearer Systeme nach Gl.(2.2) im allgemeinen Produkte der Eingangszeitfunktionen vorkommen, kann darauf die in Gl.(2.19) angegebene Transformation sehr leicht angewendet werden. Z.B. kann man für ein Quadrierer-Ausgangssignal der Form $k_2 x^2(t)$ sofort die zweidimensionale Funktion $k_2 x(t_1) \cdot x(t_2)$ anschreiben.

Dabei ist eine beliebige Aufteilung der Variablen $t_1, \dots, t_v$ zulässig.

Die Bestimmung von $f(t)$ aus der mehrdimensionalen Spektralfunktion kann auf zwei verschiedene Arten erfolgen.

Im ersten Fall wird mit der Inversionsformel Gl.(2.18) aus der Spektralfunktion die mehrdimensionale Zeitfunktion $\tilde{f}(t_1, \dots, t_v)$ bestimmt. $f(t)$ erhält man daraus entsprechend Gl.(2.19) für $t_1=t_2=\dots=t_v=t$.

Ein zweites Verfahren, das als "Assoziation der Variablen" ([28], [34], [52]) oder als Kontraktion [35] bezeichnet wird, reduziert im Frequenzbereich die mehrdimensionale Spektralfunktion auf eine eindimensionale, die gerade die eindimensionale Laplace-Transformierte der gesuchten Originalfunktion $f(t)$ ist. Die "Kontraktion" einer zweidimensionalen Spektralfunktion wird entsprechend der Formel

$$F(s) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \tilde{F}(s-\lambda, \lambda) d\lambda \quad (2.22)$$

ausgeführt. Bei mehrdimensionalen Spektralfunktionen geht man rekursiv vor. Zur Berechnung des Kontraktionsintegrals können mit Vorteil funktionentheoretische Hilfsmittel angewendet werden. Tabellen für "assozierte Funktionenpaare" sind in [52] angegeben.

Wie bei der eindimensionalen Laplace-Transformation lassen sich auch bei der $\mathcal{L}_v$ -Transformation gewisse Abbildungsgesetze aufstellen, mit denen durchzuführende Operationen im Frequenzbereich durch entsprechende Operationen im Zeitbereich und umgekehrt ausgeführt werden können. Diese Abbildungsgesetze sind in [47], [51] und [52] angegeben.

2.2.2. Die Systemfunktion

Während die Volterra-Kerne die Signaltransformation des Systems im Zeitbereich charakterisieren, werden dessen Übertragungseigenschaften im Frequenzbereich durch die sog. Systemfunktionen bestimmt. Die Systemfunktion kann als eine Verallgemeinerung der bei linearen Systemen bekannten Übertragungsfunktion aufgefaßt werden und stimmt mit dieser auch für den linearen Signalanteil überein. Allgemein geht sie aus dem v -dimensionalen Volterra-Kern $h_v(\tau_1, \dots, \tau_v)$ durch $\mathcal{L}_v$ -Transformation hervor:

$$\begin{aligned} H_v(s_1, \dots, s_v) &= \mathcal{L}_v \{ h_v(\tau_1, \dots, \tau_v) \} \\ &= \int_0^\infty (v) \int_0^\infty h_v(\tau_1, \dots, \tau_v) e^{-s_1 \tau_1 - \dots - s_v \tau_v} d\tau_1 \dots d\tau_v \end{aligned} \quad (2.23)$$

Im Frequenzbereich bilden die Systemfunktionen somit das Analogon zu dem Satz von Volterra-Kernen im Zeitbereich. Nach bekannten Sätzen der Laplace-Transformation sind ihnen in eindeutiger Weise die Volterra-Kerne durch die Inversionsbeziehung

$$\begin{aligned} h_v(\tau_1, \dots, \tau_v) &= \mathcal{L}_v^{-1} \{ H_v(s_1, \dots, s_v) \} \\ &= \frac{1}{(2\pi j)^v} \int_{c_1-j\infty}^{c_1+j\infty} \int_{c_v-j\infty}^{c_v+j\infty} (v) \int H_v(s_1, \dots, s_v) e^{s_1 \tau_1 + \dots + s_v \tau_v} ds_1 \dots ds_v \end{aligned} \quad (2.24)$$

zugeordnet. Ein nichtlineares System läßt sich somit eindeutig durch seine Volterra-Kerne oder seine Systemfunktionen kennzeichnen. Bild 2.2 soll dies nochmals veranschaulichen.

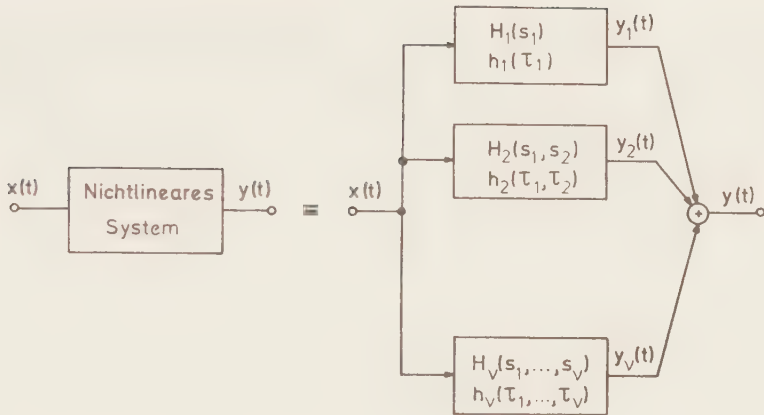


Bild 2.2: Charakterisierung eines nichtlinearen Systems durch Systemfunktionen oder Volterra-Kerne

Bei linearen Systemen kann die Übertragungsfunktion leicht ermittelt werden, wenn das System mit der Exponentialfunktion $x(t)=e^{s_1 t}$ erregt wird. Die Ausgangszeitfunktion ist dann

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) e^{s_1(t-\tau)} d\tau = H(s_1) e^{s_1 t} \quad (2.25)$$

Bei dieser Erregung bleibt die Signalform erhalten. Das Ausgangssignal geht aus dem Eingangssignal durch Multiplikation mit dem Wert der Übertragungsfunktion $H(s)$ an der Stelle $s=s_1$ hervor.

Ein entsprechendes Verfahren gibt es auch zur Bestimmung der v -dimensionalen Systemfunktionen $H_v(s_1, \dots, s_v)$ [35]. Man erregt dazu das nichtlineare System mit einer Summe von Exponentialfunktionen $x(t) = \sum_{i=1}^v e^{s_i t}$. Von der Ausgangszeit-

funktion sucht man den "reinen Wechselwirkungsterm" der Form

$$y_w(t) = k_w \cdot Y_w(s_1, \dots, s_v) e^{(s_1 + \dots + s_v)t} \quad (2.26)$$

heraus und erhält die Systemfunktion aus der Beziehung:

$$H_v(s_1, \dots, s_v) = \frac{k_w}{v!} Y_w(s_1, \dots, s_v) \quad (2.27)$$

2.2.3. Eigenschaften der Systemfunktionen

Bei der Analyse nichtlinearer Systeme haben die Systemfunktionen eine ähnliche Bedeutung wie die Übertragungsfunktionen bei linearen Systemen. Die Eigenschaften der Systemfunktionen sollen in den folgenden Punkten angegeben werden:

- Die Systemfunktionen gehen durch Laplace-Transformation aus den VK hervor. Sie besitzen somit die allgemeinen Eigenschaften von Laplace-Transformierten wie Existenz, Regularität und Eindeutigkeit.
- Ist die hinreichende Stabilitätsbedingung aus Gl.(2.9) erfüllt, so konvergiert das Laplace-Integral

$$H_v(s_1, \dots, s_v) = \int_0^\infty (v) \int_0^\infty h_v(\tau_1, \dots, \tau_v) e^{-s_1\tau_1 - \dots - s_v\tau_v} d\tau_1 \dots d\tau_v$$

mit $s_i = \sigma_i + j\omega_i$ für $\sigma_i \geq 0$ absolut. Die Systemfunktion $H_v(s_1, \dots, s_v)$ ist dann für $\sigma_i \geq 0$ ($i=1, \dots, v$) beschränkt und in dem Gebiet $\sigma_i > 0$ analytisch. Die Stabilität eines nichtlinearen Systems ist somit gewährleistet, wenn das Laplace-Integral in Gl.(2.23) für alle Systemfunktionen $H_v(s_1, \dots, s_v)$ des Systems Konvergenzabszissen $\sigma_i \leq 0$ ($i=1, \dots, v$) hat.

- c) Der Systemfunktion $H_V(s_1, \dots, s_V)$ ist eindeutig der Volterra-Kern $h_V(\tau_1, \dots, \tau_V)$ zugeordnet. Dies folgt aus bekannten Eindeutigkeitssätzen der $\mathcal{L}$ -Transformation.
- d) Für gedächtnislose Systeme sind die Systemfunktionen frequenzunabhängig und konstant. Dies läßt sich leicht durch Laplace-Transformation der VK von Gl.(2.4) zeigen.
- e) Für reelle Volterra-Kerne ist $H_V(j\omega_1, \dots, j\omega_V) = H_V^*(-j\omega_1, \dots, -j\omega_V)$.
- f) Die Symmetrieeigenschaften der Volterra-Kerne bezüglich ihrer Variablen gehen in entsprechende der Systemfunktionen bei der Transformation vom Zeit- in den Frequenzbereich über und umgekehrt.
- g) Nichtlineare Systeme werden im Frequenzbereich vollständig durch die symmetrischen Anteile ihrer Systemfunktionen charakterisiert, die sich analog zu Gl.(2.14) berechnen lassen. Es gilt:

$$H_V^S(s_1, \dots, s_V) = \frac{1}{V!} [H_V(s_1, s_2, \dots, s_V) + H_V(s_2, s_1, \dots, s_V) + \dots] \quad (2.28)$$

Systemfunktionen, die durch Permutation ihrer Variablen ineinander übergehen, besitzen gleiche symmetrische Anteile. Sie können somit schon vor der Symmetrierung zusammengefaßt werden.

Die symmetrischen Anteile der Systemfunktionen eines rein quadratischen und rein kubischen Systems sind:

$$H_2^S(s_1, s_2) = \frac{1}{2} [H_2(s_1, s_2) + H_2(s_2, s_1)] \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} H_3^S(s_1, s_2, s_3) = & \frac{1}{6} [H_3(s_1, s_2, s_3) + H_3(s_1, s_3, s_2) + H_3(s_2, s_1, s_3) \\ & + H_3(s_2, s_3, s_1) + H_3(s_3, s_1, s_2) + H_3(s_3, s_2, s_1)] \end{aligned} \quad (2.30)$$

- h) Bei harmonischer Erregung setzt sich das Ausgangssignal ebenfalls aus harmonischen Schwingungen zusammen, deren Amplituden und Phasenlagen durch die Systemfunktion bestimmt werden. Beispielsweise ergibt sich für $x(t) = \sum_{i=1}^v \hat{x}_i \cos \omega_i t$ aus $H_\mu(s_1, \dots, s_\mu)$ die Ausgangszeitfunktion

$$y_\mu(t) = \frac{1}{2^{\mu-1}} \sum_{i_1=1}^v \sum_{i_2=1}^v \dots \sum_{i_\mu=1}^v \left\{ [\hat{x}_{i_1} \hat{x}_{i_2} \dots \hat{x}_{i_\mu}] \cdot \right. \quad (2.31)$$

$$\left. |H_\mu(\pm j\omega_{i_1}, \pm j\omega_{i_2}, \dots, \pm j\omega_{i_\mu})| \cos[(\pm\omega_{i_1} \pm \omega_{i_2} \pm \dots \pm \omega_{i_\mu})t + \varphi_H] \right\}$$

mit

$$\varphi_H = \arccos \left\{ H_\mu(\pm j\omega_{i_1}, \pm j\omega_{i_2}, \dots, \pm j\omega_{i_\mu}) \right\} \quad (2.32)$$

Sämtliche Kombinationen für die Vorzeichen der Kreisfrequenzen ω_i in Gl.(2.31) sind zulässig. Die einzelnen Summanden aus Gl.(2.31) stellen die entstehenden Kombinationstöne dar.

2.3. Analyse nichtlinearer Systeme im Frequenzbereich

Wie bei linearen Systemen lassen sich auch bei nichtlinearen Systemen die Übertragungseigenschaften im allgemeinen leichter im Frequenzbereich als im Zeitbereich angeben. Zur Formulierung der Eingangs-Ausgangsbeziehung im Frequenzbereich bedient man sich der mehrdimensionalen Laplace- oder Fourier-Transformation.

Der Ausgangszeitfunktion $y_v(t)$ eines Potenzsystems v -ten Grades wird eine v -dimensionale Spektralfunktion $\tilde{Y}_v(s_1, \dots, s_v)$ entsprechend Gl.(2.20) zugeordnet, die sich in einfacher Weise aus der Systemfunktion $H_v(s_1, \dots, s_v) = \mathcal{L}_v\{h_v(\tau_1, \dots, \tau_v)\}$ und der Laplace-Transformierten $X(s)$ der Eingangszeitfunktion $x(t)$ ergibt.

Zur Berechnung von $\tilde{Y}_V(s_1, \dots, s_V)$ geben wir $y_V(t)$ nach Gl.(2.2) in Form eines V -fach Integrals

$$y_V(t) = \int_0^\infty (V) \int_0^\infty h_V(\tau_1, \dots, \tau_V) x(t-\tau_1) \dots x(t-\tau_V) d\tau_1 \dots d\tau_V \quad (2.33)$$

an und erzeugen daraus durch Einführen der Hilfsvariablen $t_1, \dots, t_V$ entsprechend Gl.(2.19) die mehrdimensionale Zeitfunktion

$$\tilde{Y}_V(t_1, \dots, t_V) = \int_0^\infty (V) \int_0^\infty h_V(\tau_1, \dots, \tau_V) x(t_1-\tau_1) \dots x(t_V-\tau_V) d\tau_1 \dots d\tau_V \quad (2.34)$$

Dabei wird die Nebenbedingung nach Gl.(2.19)

$$y_V(t) \equiv \tilde{Y}_V(t_1, \dots, t_V) \quad \forall \quad t_1 = t_2 = \dots = t_V = t \quad (2.35)$$

eingehalten. Die $\mathcal{L}_V$ -Transformation von $\tilde{Y}_V(t_1, \dots, t_V)$ liefert die gesuchte Beziehung im Spektralbereich:

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_V(s_1, \dots, s_V) &= \mathcal{L}_V \{ y_V(t) \} \equiv \mathcal{L}_V \left\{ \tilde{Y}_V(t_1, \dots, t_V) \Big|_{t_1 = \dots = t_V = t} \right\} \\ &= H_V(s_1, \dots, s_V) X(s_1) \dots X(s_V) \end{aligned} \quad (2.36)$$

Bei bekannter Systemfunktion läßt sich die Spektralfunktion $\tilde{Y}_V(s_1, \dots, s_V)$ sehr einfach berechnen. Mit den beiden in Kapitel 2.2.1 angegebenen Verfahren kann daraus die Ausgangszeitfunktion $y_V(t)$ wiedergewonnen werden.

In den nächsten Abschnitten sollen einige Rechenregeln zur Bestimmung der resultierenden Systemfunktionen bei Reihen- und Parallelschaltung nichtlinearer Systeme abgeleitet werden.

Rechenregeln für die Ermittlung der Systemfunktion des Gesamtsystems aus Systemfunktionen der Teilsysteme

Für die Berechnung eines nichtlinearen Systems ist es oft zweckmäßig, dieses in seine linearen und nichtlinearen Bausteine zu zerlegen. Die Systemfunktionen der Einzelbausteine lassen sich meistens wesentlich leichter bestimmen als die Systemfunktionen des Gesamtsystems. Zur Rechenerleichterung werden anschließend einige in dieser Arbeit verwendete Rechenregeln angegeben, mit deren Hilfe die gesuchten Systemfunktionen des gesamten, nichtlinearen Systems aus den Systemfunktionen der nichtlinearen Teilsysteme bestimmt werden können. Die Angabe der Beziehungen erfolgt teilweise nur für Potenzsysteme, jedoch lassen sich allgemeine nichtlineare Systeme durch Parallelschaltung von Potenzsystemen beschreiben.

Reihenschaltung von linearem und nichtlinearem System [32] (L-NL System)

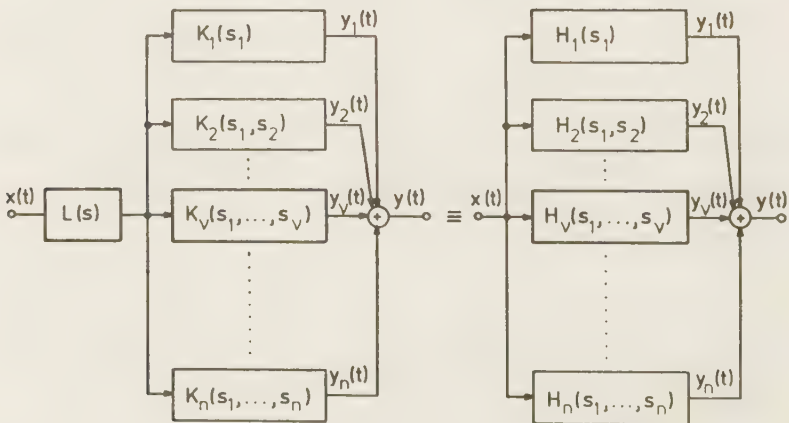


Bild 2.3: Zur Reihenschaltung von linearem und nichtlinearem System

Das nichtlineare System besteht aus der Parallelschaltung von Potenzsystemen mit den Systemfunktionen $K_v(s_1, \dots, s_v)$, $v=1, \dots, n$. Die resultierenden Systemfunktionen des Ersatzsystems sind

$$H_v(s_1, \dots, s_v) = K_v(s_1, \dots, s_v) L(s_1) L(s_2) \dots L(s_v) \quad (2.37)$$

$$v = 1, \dots, n$$

Reihenschaltung von nichtlinearem und linearem System [32] (NL-L System)

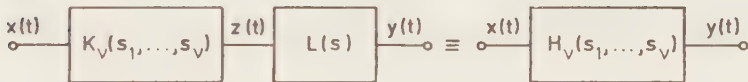


Bild 2.4: Zur Reihenschaltung von nichtlinearem und linearem System

Das nichtlineare System wird durch die Systemfunktion $K_v(s_1, \dots, s_v)$ seines Potenzsystems v -ten Grades charakterisiert. Die resultierende Systemfunktion ist

$$H_v(s_1, \dots, s_v) = K_v(s_1, \dots, s_v) L(s_1 + s_2 + \dots + s_v) \quad (2.38)$$

Reihenschaltung von linearem-nichtlinearem-linearem System (L-NL-L System)

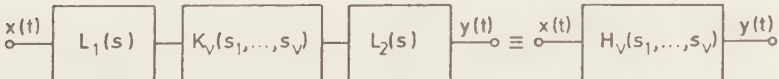


Bild 2.5: Zur Reihenschaltung von linearem-nichtlinearem-linearem System

Aus den linearen Übertragungsfunktionen $L_1(s)$ und $L_2(s)$ und der Systemfunktion $K_V(s_1, \dots, s_V)$ des nichtlinearen Systems ergibt sich die resultierende Systemfunktion durch Anwendung von Gl.(2.37) und Gl.(2.38) zu

$$H_V(s_1, \dots, s_V) = L_1(s_1) L_1(s_2) \dots L_1(s_V) K_V(s_1, \dots, s_V) L_2(s_1 + s_2 + \dots + s_V) \quad (2.39)$$

Reihenschaltung zweier Potenzsysteme

Die nichtlinearen Systeme seien reine Potenzsysteme.

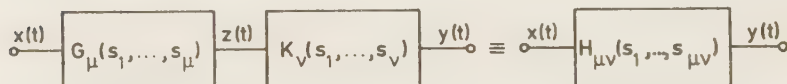


Bild 2.6: Zur Reihenschaltung zweier Potenzsysteme

Die Reihenschaltung der Potenzsysteme vom Grad μ und Grad V ergibt ein resultierendes Potenzsystem vom Grad μV mit der Systemfunktion

$$H_{\mu V}(s_1, \dots, s_{\mu V}) = K_V(s_1 + \dots + s_\mu, s_{\mu+1} + \dots + s_{2\mu}, \dots, s_{\mu(V-1)+1} + \dots + s_{\mu V}) \quad (2.40)$$

$$\cdot G_\mu(s_1, \dots, s_\mu) \cdot G_\mu(s_{\mu+1}, \dots, s_{2\mu}) \dots G_\mu(s_{\mu(V-1)+1}, \dots, s_{\mu V})$$

Reihenschaltung zweier Polynomsysteme [39]

Für die Anwendung in dieser Arbeit genügt es, die nichtlinearen Systeme auf Polynomsysteme dritten Grades zu beschränken. Die resultierenden Systemfunktionen werden ebenfalls nur bis zum Grad 3 angegeben.

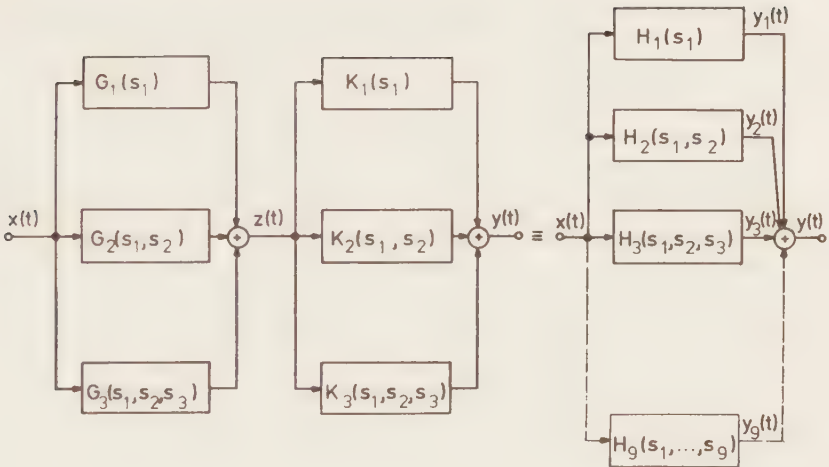


Bild 2.7: Reihenschaltung zweier Polynomsysteme dritten Grades

Die Systemfunktionen $H_v(s_1, \dots, s_v)$ ($v=1, 2, 3$) des resultierenden nichtlinearen Systems für den linearen, quadratischen und kubischen Signalanteil von $y(t)$ lauten:

$$H_1(s_1) = G_1(s_1) K_1(s_1) \quad (2.41)$$

$$H_2(s_1, s_2) = G_2(s_1, s_2) K_1(s_1 + s_2) + G_1(s_1) G_1(s_2) K_2(s_1, s_2) \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} H_3(s_1, s_2, s_3) = & G_3(s_1, s_2, s_3) K_1(s_1 + s_2 + s_3) \\ & + G_1(s_1) G_1(s_2) G_1(s_3) K_3(s_1, s_2, s_3) \\ & + 2 G_1(s_1) G_2(s_2, s_3) K_2(s_1, s_2 + s_3) \end{aligned} \quad (2.43)$$

Die quadratischen Verzerrungen entstehen aus dem quadratischen Signalanteil von $z(t)$ im Zusammenhang mit dem linearen Systemanteil $K_1(s_1)$, sowie aus dem linearen Signalanteil von $z(t)$ in Verbindung mit der quadratischen Systemfunktion $K_2(s_1, s_2)$. Der erste Fall entspricht der Reihenschaltung des quadratischen Systems $G_2(s_1, s_2)$ mit dem linearen System $K_1(s_1)$ und ergibt entsprechend Gl.(2.38) den ersten Term von $H_2(s_1, s_2)$ in Gl.(2.42). Der zweite Term von Gl.(2.42) resultiert entsprechend seiner Entstehungsursache aus der Reihenschaltung des linearen Systems $G_1(s_1)$ und des quadratischen Systems $K_2(s_1, s_2)$.

In entsprechender Weise können die verschiedenen Summanden der kubischen Systemfunktion $H_3(s_1, s_2, s_3)$ in Gl.(2.43) gedeutet werden:

- a) Der erste Term entspricht der Reihenschaltung des rein kubischen Systems $G_3(s_1, s_2, s_3)$ mit dem linearen System $K_1(s_1)$.
- b) Der zweite Term entspricht der Reihenschaltung des linearen Systems $G_1(s_1)$ mit dem rein kubischen System $K_3(s_1, s_2, s_3)$.
- c) Der dritte Term ergibt sich dadurch, daß die Summe der Ausgangszeitfunktionen des linearen Systems $G_1(s_1)$ und des quadratischen Systems $G_2(s_1, s_2)$ an den Eingang des rein quadratischen Systems $K_2(s_1, s_2)$ gelangen. Dabei können Ausdrücke, die durch Permutation ihrer Variablen ineinander übergehen, zusammengefaßt werden (Vgl. Kap. 2.2.3, Punkt g)). Die entstehenden Kreuzprodukte liefern kubische Verzerrungen.

Parallelschaltung von Potenzsystemen gleichen Grades

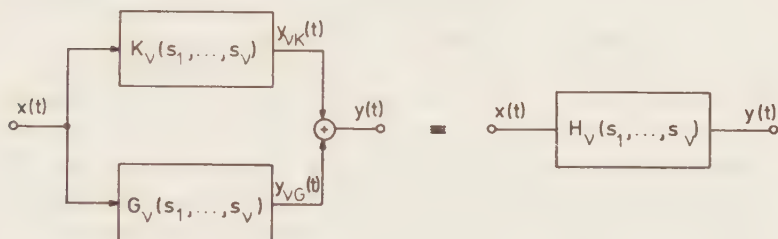


Bild 2.8: Zur Parallelschaltung von Potenzsystemen

Bei der Parallelschaltung von Potenzsystemen gleichen Grades addieren sich die Systemfunktionen.

$$H_V(s_1, \dots, s_V) = K_V(s_1, \dots, s_V) + G_V(s_1, \dots, s_V) \quad (2.44)$$

Die Parallelschaltung von Potenzsystemen unterschiedlichen Grades kann nicht weiter zusammengefaßt werden, sondern entspricht der Darstellung des nichtlinearen Systems nach Bild 2.1.

2.4. Spektrale Leistungsdichte des linearen, quadratischen und kubischen Anteils des Ausgangssignals bei Gauß'scher Eingangsgröße

In vielen praktischen Fällen ist das Eingangssignal des nichtlinearen Systems keine deterministische Zeitfunktion sondern ein Rauschsignal, das durch seine Verteilungsdichtefunktion und seine spektrale Leistungsdichte bestimmt ist. In diesem Zusammenhang interessiert nicht mehr die Zeitfunktion am Systemausgang, sondern die spektrale Leistungsdichte des linearen, quadratischen und kubischen Anteils sowie der höheren Verzerrungsanteile des Ausgangssignals.

Der Berechnung der nichtlinearen Verzerrungsleistung des Ausgangssignals soll das in Kap. 1.1 beschriebene Rausch-Klirr-Meßverfahren zugrundegelegt werden. In diesem Fall ist das Eingangssignal des nichtlinearen Systems ein reeller, stationärer Gaußprozess mit einer im Basisband-Frequenzbereich $f_u \leq f \leq f_o$ konstanten spektralen Leistungsdichte. Zur Simulation des unbelegten Kanals mit der Mittenfrequenz f_M wird das Spektrum des Eingangssignals im Bereich $f_M \pm \frac{1}{2}\Delta B$ unterdrückt. Die Spektralanteile des Ausgangssignals, die infolge nichtlinearer Systemverzerrungen in ein Frequenzband der Breite ΔB mit Mittenfrequenz f_M fallen, sollen berechnet werden. Das nichtlineare System wird dazu durch seine Systemfunktionen beschrieben, wobei wir uns auf ein Polynomsystem dritten Grades beschränken wollen. Bild 2.9 zeigt das verwendete Rechenmodell.

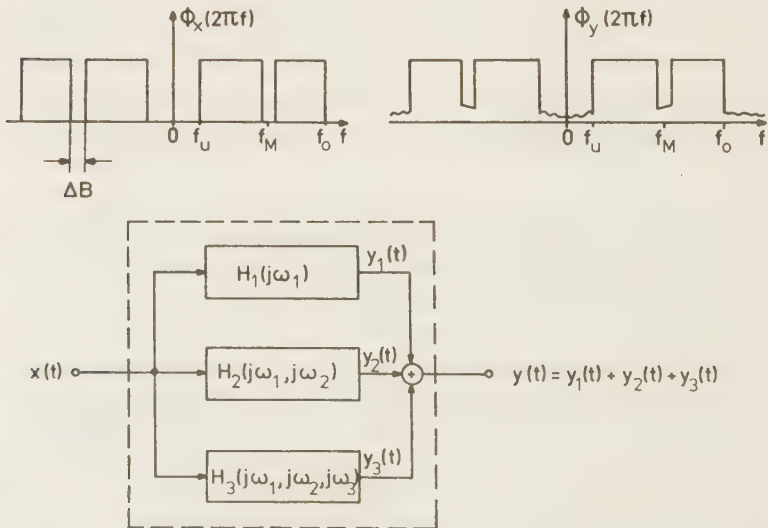


Bild 2.9: Modell zur Berechnung der nichtlinearen Verzerrungen bei statistischer Eingangsgröße

Die spektrale Leistungsdichte des Ausgangssignals $y(t)$ und seiner Verzerrungsanteile bei Gauß'scher Eingangsgröße wurde von Bedrosian und Rice in [23] angegeben. Bei den dort abgeleiteten Formeln sind noch sämtliche Terme zu vernachlässigen, die infolge der Frequenzlücke des Eingangsspektrums verschwinden.

Für die spektrale Leistungsdichte der quadratischen und kubischen Verzerrungen in einem Meßkanal der Mittenfrequenz f_M und der Bandbreite ΔB erhält man folgende Beziehungen:

$$\Phi_{y_2}(\omega_M) = \frac{2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_x(u) \Phi_x(\omega_M - u) |H_2^s(ju, j\omega_M - ju)|^2 du \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{y_3}(\omega_M) = & \frac{6}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_x(u) \Phi_x(v) \Phi_x(\omega_M - u - v) \\ & \cdot |H_3^s(ju, jv, j\omega_M - ju - jv)|^2 du dv \end{aligned} \quad (2.46)$$

Dabei ist $\Phi_x(\omega)$ die spektrale Leistungsdichte des Eingangssignals $x(t)$ und $H_v^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$ der symmetrische Anteil der v -dimensionalen Systemfunktion des nichtlinearen Systems.

Die spektrale Leistungsdichte des linearen Signalanteils $y_1(t)$ an der Stelle $f_M = \frac{\omega_M}{2\pi}$ erhält man zu

$$\Phi_{y_1}(\omega_M) = |H_1^s(j\omega_M)|^2 \Phi_x(\omega_M) \quad (2.47)$$

Offenbar verschwindet $\Phi_{y_1}(\omega_M)$, wenn, wie in Bild 2.9 angenommen, $\Phi_x(\omega_M) = 0$ ist.

Auf einen Sonderfall soll noch hingewiesen werden, für den die Berechnung von $\phi_{y_2}(\omega)$ bzw. $\phi_{y_3}(\omega)$ sehr einfach wird. Besitzen die quadratischen bzw. kubischen Systemfunktionen die spezielle Form

$$H_V^S(j\omega_1, \dots, j\omega_V) = H_V^S(j\omega_1 + \dots + j\omega_V), \quad (V=2,3) \quad (2.48)$$

so vereinfachen sich die Systemfunktionen in den Integranden von Gl.(2.45) und Gl.(2.46) zu den Konstanten $|H_2^S(j\omega_M)|^2$ und $|H_3^S(j\omega_M)|^2$ und es gilt:

$$\phi_{y_2}(\omega_M) = \frac{2}{2\pi} |H_2^S(j\omega_M)|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \phi_x(u) \phi_x(\omega_M - u) du \quad (2.49)$$

$$\phi_{y_3}(\omega_M) = \frac{6}{(2\pi)^2} |H_3^S(j\omega_M)|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_x(u) \phi_x(v) \phi_x(\omega_M - u - v) du dv \quad (2.50)$$

Für eine fest vorgegebene Leistungsdichtefunktion $\phi_x(\omega)$ können die Verzerrungsleistungen bei Systemänderungen sehr schnell bestimmt werden, da in diesem Fall die Integrale in Gl.(2.49) und Gl.(2.50) nur einmal für verschiedene Werte von ω_M berechnet werden müssen. Diese Vereinfachung kann z.B. bei gegengekoppelten Verstärkern ausgenutzt werden [43]. Für die in dieser Arbeit betrachteten FM-Richtfunksysteme ist dagegen Gl.(2.48) im allgemeinen nicht erfüllt.

3. Der Einfluß der linearen Übertragungsstrecke

Im Mittelpunkt dieses Kapitels steht die Berechnung der Systemfunktionen des nichtlinearen Teilsystems zwischen Modulator-Eingang und Demodulator-Ausgang. Die Demodulation wird dabei hier als ideal angenommen. Aus den Systemfunktionen und den linearen Systembausteinen vor dem Modulator und nach dem Demodulator lassen sich die nichtlinearen Verzerrungen des FM-Systems berechnen, die infolge Dämpfungs- und Laufzeitverzerrungen der linearen Übertragungsstrecke entstehen. Die Korrelation zwischen Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen wird untersucht. Außerdem wird ein frequenzabhängiger AM/PM-Konversionsfaktor berücksichtigt.

Die mathematische Beschreibung der Signalübertragung für das trägerfrequente System erfolgt mit Hilfe der analytischen Signaldarstellung [53], [54]. Die dazu notwendige Voraussetzung, daß die Trägerfrequenz groß gegenüber der Bandbreite des modulierten Signals ist, wird von den in der Praxis verwendeten Richtfunkssystemen erfüllt.

3.1. Das mathematische Modell zur Beschreibung des FM-Systems bei idealer Demodulation

In Bild 3.1 ist das Blockschaltbild des betrachteten FM-Systems aufgezeichnet. Es unterscheidet sich von der meßtechnischen Anordnung in Bild 1.1 durch das Fehlen der nur für Meßzwecke vorgesehenen Systembausteine "Bandsperrre" und "Bandpaß", sowie dadurch, daß hier der Demodulator-Baustein als ideal vorausgesetzt wird.

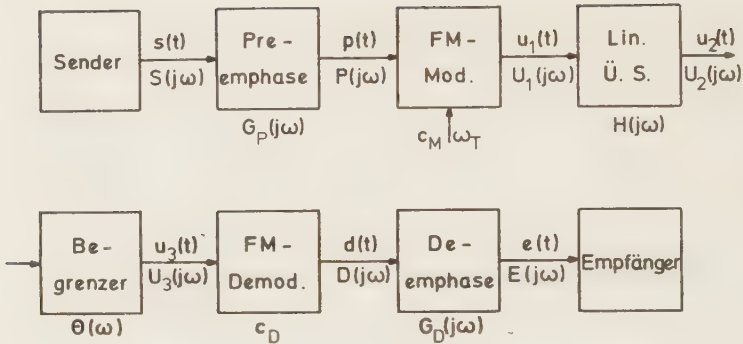


Bild 3.1: Blockschaltbild des FM-Übertragungssystems

Das vom Sender abgegebene Basisbandsignal $s(t)$ gelangt über das Preemphase-Netzwerk mit der Übertragungsfunktion $G_P(j\omega)$ an den Eingang des FM-Modulators. Bei der anschließenden Frequenzmodulation wird der Phasenwinkel $\varphi(t)$ der Träger-schwingung durch die lineare Transformation

$$\dot{\varphi}(t) = c_M p(t) \quad (3.1)$$

mit dem NF-Signal verknüpft, wobei die Modulatorkonstante c_M die Steilheit der Modulationskennlinie angibt. Die Trägerkreisfrequenz $\omega_T = 2\pi f_T$ des FM-Modulators sei groß gegenüber der Bandbreite des Modulator-Ausgangssignals. Dieses läßt sich somit durch sein analytisches Signal

$$u_1(t) = \hat{u}_1 e^{j\varphi(t)} e^{j\omega_T t} = u_{1h}(t) e^{j\omega_T t} \quad (3.2)$$

beschreiben. $\hat{u}_1$ ist dabei die konstante Signalamplitude des FM-Signals, $u_{1h}(t) = \hat{u}_1 e^{j\varphi(t)}$ wird als komplexe Hüllkurve von $u_1(t)$ bezeichnet.

Durch Dämpfungs- und Laufzeitverzerrungen der linearen Übertragungsstrecke wird das trägerfrequente Signal in seiner Phase geändert, außerdem entsteht eine störende

Amplitudenmodulation. Das Ausgangssignal der linearen Übertragungsstrecke hat deshalb die Form:

$$u_2(t) = \hat{u}_2 [1 + m(t)] e^{j\psi(t)} e^{j\omega_T t} \quad , \quad (3.3)$$

wobei $m(t)$ die Amplitudenmodulations-Funktion und $\psi(t)$ die verzerrte Phasenfunktion ist.

Für kleines $m(t)$ ($m(t) \ll 1$), d.h. bei kleinem Amplitudenmodulationsgrad, kann Gl.(3.3) noch umgeformt werden:

$$u_2(t) \approx \hat{u}_2 e^{m(t)} e^{j\psi(t)} e^{j\omega_T t} \quad (3.4)$$

Im Begrenzerbaustein wird die Amplitudenmodulation vollständig unterdrückt. Jedoch tritt dort infolge eines reellen, frequenzabhängigen AM/PM-Konversionsfaktors $\theta(\omega)$ die zusätzliche Störphasenmodulation

$$\eta(t) = [f^{-1} \{ \theta(\omega) \}] * m(t) \quad (3.5)$$

auf. Das Ausgangssignal des Begrenzers ist somit

$$u_3(t) = \hat{u}_3 e^{j[\psi(t) + \eta(t)]} e^{j\omega_T t} \quad (3.6)$$

und besitzt wegen der vorausgesetzten idealen Begrenzung die konstante Signalamplitude $\hat{u}_3$. In einem idealen FM-Demodulator mit der Demodulatorkonstanten c_D wird das verzerrte Basisbandsignal

$$d(t) = c_D [\dot{\psi}(t) + \dot{\eta}(t)] \quad (3.7)$$

wiedergewonnen, das nach Aufhebung der Vorverzerrung im Deemphase-Netzwerk an den Empfängereingang gelangt.

Zur Vereinfachung der mathematischen Beziehungen ist es zweckmäßig, die weitere Rechnung mit der komplexen Hüllkurve

des analytischen Signals durchzuführen. Bei dieser Signal-
darstellung wird die Verzerrung des modulierten Signals
 $u_1(t) = \hat{u}_1 e^{j\varphi(t)} e^{j\omega_T t}$, die infolge des linearen Filters mit
der Übertragungsfunktion $H(j\omega)$ auftritt, durch die Ver-
zerrung seiner komplexen Hüllkurve $u_{1h}(t) = \hat{u}_1 e^{j\varphi(t)}$ be-
schrieben. Die komplexe Hüllkurve am Ausgang der linearen
Übertragungsstrecke kann aus $u_{1h}(t)$ mit Hilfe der äquiva-
lenten Tiefpaß-Übertragungsfunktion der linearen Über-
tragungsstrecke $H_{TP}(j\omega) = H[j(\omega + \omega_T)]$ entsprechend
Bild 3.2 bestimmt werden [53].

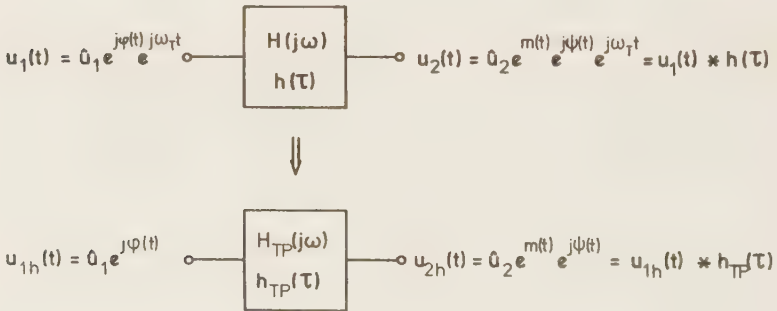


Bild 3.2: Signaltransformation modulierter Signale

Bei unmoduliertem Träger, d.h. für $\varphi(t) = 0$ ist $u_{1h}(t) = \hat{u}_1$
und

$$u_{2h}(t) \Big|_{\varphi(t)=0} = \hat{u}_2 = \hat{u}_1 H_{TP}(0) \quad (3.8)$$

Zur Berechnung der nichtlinearen Verzerrungsleistungen ist
es vorteilhaft, wenn für diesen Fall Ausgangs- und Ein-
gangssignal der linearen Übertragungsstrecke gleich sind.
Dies ist für $H_{TP}(0) = 1$ erfüllt. Deshalb wird für die
weitere Rechnung anstelle von $H_{TP}(j\omega)$ die normierte äqui-
valente TP-Übertragungsfunktion

$$H_T(j\omega) = \frac{H_{TP}(j\omega)}{H_{TP}(0)} = \frac{H[j(\omega + \omega_T)]}{H(j\omega_T)} \quad (3.9)$$

mit der Eigenschaft $H_T(0) = 1$ eingeführt. Sie unterscheidet sich von der Übertragungsfunktion $H_{TP}(j\omega)$ des realen Systems durch die komplexe Normierungskonstante $H(j\omega_T)$.

Eine Änderung von Dämpfung und Phase des Filterbausteins um einen konstanten Wert hat keinen Einfluß auf die Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen. Deshalb ist es zulässig, diese mit Hilfe der normierten, äquivalenten TP-Übertragungsfunktion aus Gl.(3.9) zu berechnen. Ebenso kann den konstanten Signalamplituden $\hat{u}_v$ ($v=1,2,3$) in den Gln.(3.2), (3.4) und (3.6) der Wert $\hat{u}_v = 1$ zugewiesen werden.

Aufgrund der abgeleiteten Beziehungen in den Gleichungen (3.1) bis (3.7) und unter Verwendung der komplexen Hüllkurven für die modulierten Signale, kann für die Signaltransformation $s(t) \rightarrow e(t)$ des FM-Systems das in Bild 3.3 gezeichnete mathematische Modell angegeben werden, in dem eine funktionale Beschreibung der Systembausteine von Bild 3.1 verwendet wird.

3.2. Die Bestimmung der Systemfunktionen des nichtlinearen Übertragungssystems

Die Signalübertragung des FM-Systems vom Sender zum Empfänger soll anhand des mathematischen Modells in Bild 3.3 erläutert werden.

Aus dem Sendesignal $s(t)$ wird durch eine lineare Transformation die Phasenfunktion $\varphi(t)$ gebildet. Der Zusammenhang zwischen $s(t)$ und $\varphi(t)$ wird durch die Übertragungsfunktion

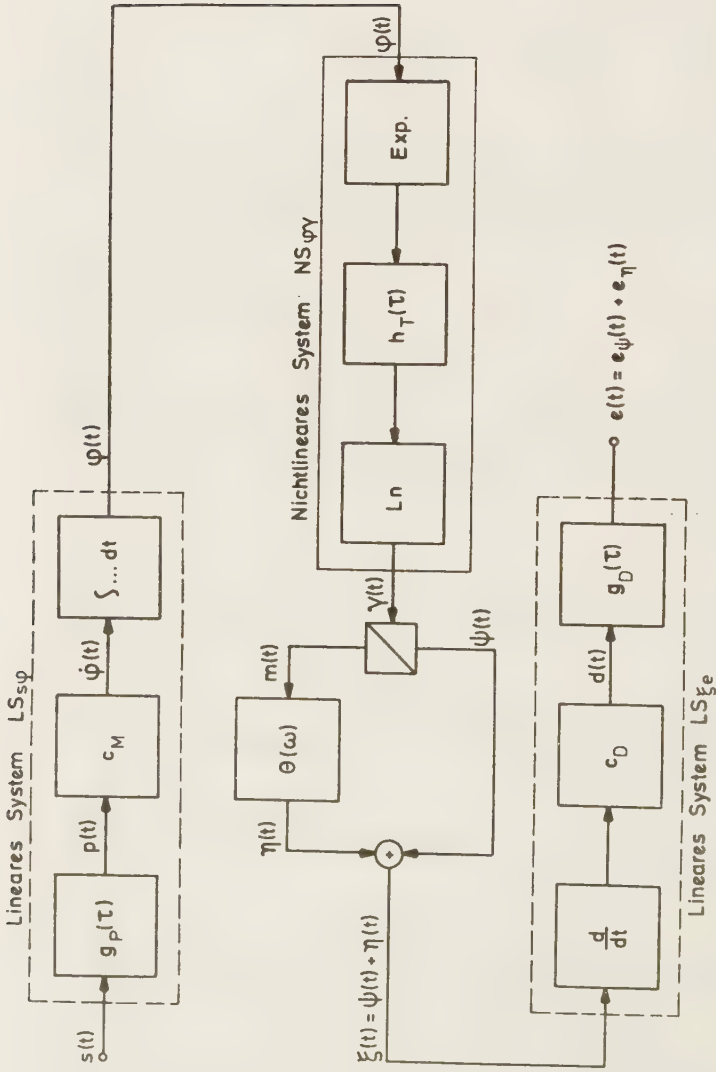


Bild 3.3: Mathematisches Modell zur Berechnung der Signaltransformation $s(t) \rightarrow e(t)$

$$L_{s\varphi}(j\omega) = \frac{\int \{\varphi(t)\}}{\int \{s(t)\}} = c_M \cdot \frac{1}{j\omega} G_P(j\omega) \quad (3.10)$$

bestimmt. Die Phasenfunktion $\varphi(t)$ wirkt am Eingang des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\varphi\psi}$ und erzeugt an dessen Ausgang zwei Signalanteile, den Amplitudenmodulationsanteil $m(t)$ und den Phasenmodulationsanteil $\psi(t)$. Der Zusammenhang zwischen $\varphi(t)$ und $m(t)$ bzw. $\varphi(t)$ und $\psi(t)$ wird im folgenden Kapitel ausführlich behandelt. Die Phasenfunktion $\psi(t)$ und die durch AM/PM-Umwandlung aus $m(t)$ erzeugte Störphasenfunktion $\eta(t)$ werden in einem Summierbaustein zur Funktion

$$\xi(t) = \psi(t) + \eta(t) \quad (3.11)$$

zusammengefaßt. $\xi(t)$ ist die Eingangsfunktion des linearen Filterbausteins $LS_{\xi e}$ mit der Übertragungsfunktion

$$L_{\xi e}(j\omega) = \frac{\int \{e(t)\}}{\int \{\xi(t)\}} = j\omega c_D G_D(j\omega) \quad , \quad (3.12)$$

durch den bei idealer Demodulation sowohl der Zusammenhang der Phasenfunktion $\xi(t)$ des Demodulator-Eingangssignals mit der Ausgangsfunktion des Demodulators in Bild 1.1 als auch das Deemphase-Netzwerk mathematisch beschrieben werden. Die Ausgangsfunktion dieses Filterbausteins ist gleichzeitig das Empfänger-Eingangssignal $e(t)$. Infolge des linearen Filterprozesses kann es in den Intermodulationsanteil $e_\psi(t)$, der nur von $\psi(t)$ abhängt und in den AM/PM-Konversionsanteil $e_\eta(t)$, der nur von $\eta(t)$ abhängt, aufgeteilt werden:

$$e(t) = e_\psi(t) + e_\eta(t) \quad (3.13)$$

Das betrachtete FM-Übertragungssystem setzt sich aus den soeben beschriebenen linearen und nichtlinearen Teilsystemen zusammen. Von zentraler Bedeutung ist dabei das nichtlineare Teilsystem $NS_{\varphi\gamma}$, dessen Systemfunktionen in Kap. 3.2.1 berechnet werden sollen. Mit den dort gewonnenen Ergebnissen und den Übertragungsfunktionen der linearen Systembausteine werden schließlich in Kap. 3.2.2 die Systemfunktionen des gesamten FM-Übertragungssystems bestimmt. Durch Anwendung der in Kap. 2.3 abgeleiteten Formeln für die Reihenschaltung linearer und nichtlinearer Systeme wird die Rechnung sehr übersichtlich.

3.2.1. Die Systemfunktionen des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\varphi\gamma}$

Das mathematische Modell des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\varphi\gamma}$ ist in Bild 3.4 nochmals dargestellt.

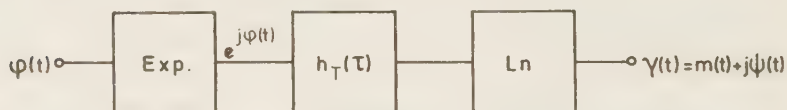


Bild 3.4: Nichtlineares Teilsystem $NS_{\varphi\gamma}$

Es besteht aus drei Bausteinen, dem Modulator-Baustein "Exp.", der linearen Übertragungsstrecke, die durch die Impulsantwort $h_T(\tau)$ gekennzeichnet ist und dem Logarithmier-Baustein "Ln", der die komplexe Ausgangsfunktion

$$\gamma(t) = m(t) + j\psi(t) \quad (3.14)$$

erzeugt. Für das Ausgangssignal des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\varphi\gamma}$ läßt sich somit die Beziehung

$$\gamma(t) = \ln \left[h_T(\tau) * e^{j\varphi(t)} \right] \quad (3.15)$$

anschreiben. Ist $\varphi(t) = 0$, so wird $\gamma(t) = \ln[H_T(0)]$. Wegen Gl.(3.9) ist $H_T(0) = 1$ und das Ausgangssignal $\gamma(t)$ verschwindet für diesen Fall. $NS_{\varphi\gamma}$ ist somit ein quellenfreies,

nichtlineares System. Es ist außerdem kausal für kausale Impulsantworten $h_T(\tau)$ und zeitinvariant. Somit kann die nichtlineare Signaltransformation $\varphi(t) \rightarrow \gamma(t)$ mit Hilfe der Volterra-Funktionalreihe beschrieben werden, deren Konvergenz für die in dieser Arbeit betrachteten Systeme gewährleistet ist.

Die Beziehung zwischen $\varphi(t)$ und $\gamma(t)$ soll zunächst weiter umgeformt werden:

$$\gamma(t) = \ln [h_T(\tau) * 1 + h_T(\tau) * (e^{j\varphi(t)} - 1)] \quad (3.16)$$

Wegen $h_T(\tau) * 1 = H_T(0) = 1$ läßt sich Gl.(3.16) noch vereinfachen:

$$\gamma(t) = \ln [1 + h_T(\tau) * (e^{j\varphi(t)} - 1)] \quad (3.17)$$

Mit den Abkürzungen

$$z_1(t) = e^{j\varphi(t)} - 1 \quad (3.18)$$

und

$$z_2(t) = h_T(\tau) * z_1(t) \quad (3.19)$$

kann die Signaltransformation $\varphi(t) \rightarrow \gamma(t)$ aus Gl.(3.17) durch das Systemmodell in Bild 3.5 realisiert werden.



Bild 3.5: Systemmodell für den nichtlinearen Zusammenhang zwischen $\varphi(t)$ und $\gamma(t)$

Dieses enthält die beiden gedächtnislosen, nichtlinearen Bausteine $NS_{\varphi z_1}$ und $NS_{z_2 \gamma}$.

Betrachten wir zunächst das nichtlineare System $NS_{\varphi z_1}$. Der Zusammenhang zwischen $\varphi(t)$ und $z_1(t)$ wird durch die nichtlineare Kennlinie $z_1(t) = e^{j\varphi(t)} - 1$ beschrieben. Sie wird um ihren Arbeitspunkt, der durch $\varphi(t) = 0$ und $z_1(t) = 0$ festgelegt ist, angesteuert.

Zur Bestimmung der Systemfunktionen wird die Kennlinie im Arbeitspunkt in die Taylorreihe

$$z_1(t) = j\varphi(t) - \frac{1}{2}\varphi^2(t) - j\frac{1}{6}\varphi^3(t) + \dots \quad (3.20)$$

entwickelt. Die Volterra-Kerne der linearen, quadratischen und kubischen Signalanteile der gedächtnislosen Nichtlinearität ergeben sich durch Vergleich von Gl.(3.20) mit Gl.(2.5) und Gl.(2.4). Man erhält:

$$\begin{aligned} g_{1\varphi z_1}(\tau_1) &= j \delta(\tau_1) \\ g_{2\varphi z_1}(\tau_1, \tau_2) &= -\frac{1}{2} \delta(\tau_1) \delta(\tau_2) \\ g_{3\varphi z_1}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) &= -\frac{1}{6} j \delta(\tau_1) \delta(\tau_2) \delta(\tau_3) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Die Systemfunktionen sind die (mehrdimensionalen) Fourier-Transformierten der Volterra-Kerne und entsprechen den Polynomkoeffizienten von Gl.(3.20).

$$\begin{aligned} G_{1\varphi z_1}(j\omega_1) &= j \\ G_{2\varphi z_1}(j\omega_1, j\omega_2) &= -\frac{1}{2} \\ G_{3\varphi z_1}(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= -\frac{1}{6} j \end{aligned} \quad (3.22)$$

In ähnlicher Weise lassen sich die Systemfunktionen des zweiten nichtlinearen Systems $NS_{z_2\gamma}$ berechnen. Die Entwicklungsstelle für die Taylorreihenentwicklung seiner nichtlinearen Kennlinie $\gamma(t) = \ln[1+z_2(t)]$ wird durch den Arbeitspunkt $z_2(t) = 0$, $\gamma(t) = 0$ bestimmt, der sich für $\varphi(t) = 0$ ergibt. Man erhält

$$\begin{aligned}\gamma(t) &= \ln [1 + z_2(t)] \\ &= z_2(t) - \frac{1}{2} z_2^2(t) + \frac{1}{3} z_2^3(t) - \dots\end{aligned}\tag{3.23}$$

Gl.(3.23) gibt wieder den Zusammenhang zwischen der Eingangs- und Ausgangsgröße eines gedächtnislosen, nichtlinearen Systems an. Die Systemfunktionen des linearen, quadratischen und kubischen Signalanteils entsprechen den Koeffizienten der Reihenglieder in Gl.(3.23):

$$\begin{aligned}G_{1z_2\gamma}(j\omega_1) &= 1 \\ G_{2z_2\gamma}(j\omega_1, j\omega_2) &= -\frac{1}{2} \\ G_{3z_2\gamma}(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= \frac{1}{3}\end{aligned}\tag{3.24}$$

Beschreiben wir die nichtlinearen Bausteine in Bild 3.5 durch ihre Systemfunktionen, so erhalten wir die bei der Volterra-Reihenentwicklung charakteristische Darstellungsweise des nichtlinearen Systems $NS_{\varphi\gamma}$ (siehe Bild 3.6).

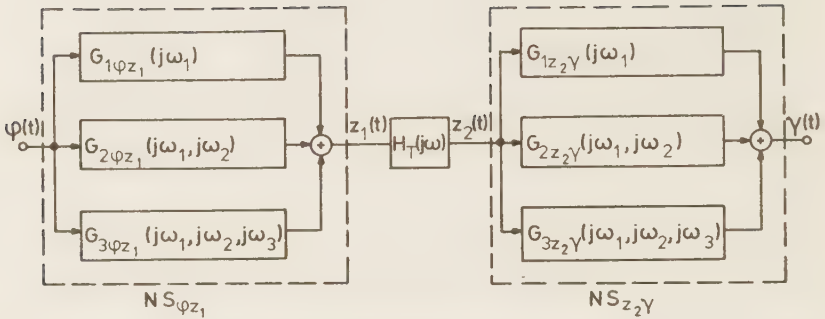


Bild 3.6: Nichtlineares Teilsystem $NS_{\varphi\gamma}$ bei Darstellung der nichtlinearen Bausteine durch ihre Systemfunktionen

Das nichtlineare System aus Bild 3.6 besteht aus der Reihenschaltung nichtlinearer und linearer Systembausteine, die zur Bestimmung der resultierenden Systemfunktionen noch zusammengefaßt werden sollen. Für die Reihenschaltung des nichtlinearen Systems $NS_{\varphi z_1}$ und des TP-Systems $H_T(j\omega)$ kann nach Kap.2.3, Gl.(2.38) ein äquivalentes nichtlineares System mit den Systemfunktionen

$$\begin{aligned} G_{1\varphi z_2}(j\omega_1) &= j H_T(j\omega_1) \\ G_{2\varphi z_2}(j\omega_1, j\omega_2) &= -\frac{1}{2} H_T(j\omega_1 + j\omega_2) \\ G_{3\varphi z_2}(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= -j\frac{1}{6} H_T(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3) \end{aligned} \quad (3.25)$$

angegeben werden. Damit reduziert sich das Systemmodell von Bild 3.6 auf die Reihenschaltung zweier Polynomsysteme dritten Grades, wie Bild 3.7 zeigt.

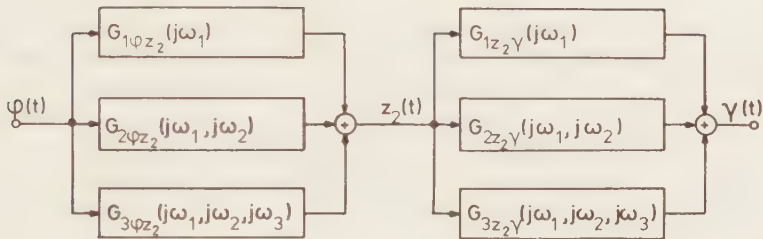


Bild 3.7: Ersatzsystem zu Bild 3.6

Die resultierenden Systemfunktionen $G_{\varphi\gamma}(j\omega_1, \dots, j\omega_\gamma)$ des nichtlinearen Systems $NS_{\varphi\gamma}$ können nach Kap. 2.3, Gl.(2.41) bis Gl.(2.43) aus den Systemfunktionen der beiden Polynomsysteme in Bild 3.7 berechnet werden:

$$\begin{aligned}
 G_{1\varphi\gamma}(j\omega_1) &= j H_T(j\omega_1) \\
 G_{2\varphi\gamma}(j\omega_1, j\omega_2) &= -\frac{1}{2} H_T(j\omega_1 + j\omega_2) + \frac{1}{2} H_T(j\omega_1) H_T(j\omega_2) \\
 G_{3\varphi\gamma}(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= -\frac{1}{6} j H_T(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3) - \frac{1}{3} j H_T(j\omega_1) H_T(j\omega_2) H_T(j\omega_3) \\
 &\quad + \frac{1}{2} j H_T(j\omega_1) H_T(j\omega_2 + j\omega_3)
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

Für die weitere Rechnung sind nur die symmetrierten Systemfunktionen von Interesse. Diese lauten¹⁾:

$$\begin{aligned}
 G_{1\varphi\gamma}^s(j\omega_1) &= j H_T(j\omega_1) \\
 G_{2\varphi\gamma}^s(j\omega_1, j\omega_2) &= -\frac{1}{2} H_T(j\omega_1 + j\omega_2) + \frac{1}{2} H_T(j\omega_1) H_T(j\omega_2) \\
 G_{3\varphi\gamma}^s(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= -\frac{1}{6} j H_T(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3) - \frac{1}{3} j H_T(j\omega_1) H_T(j\omega_2) H_T(j\omega_3) \\
 &\quad + \frac{1}{6} j \sum_{1,2,3} H_T(j\omega_1) H_T(j\omega_2 + j\omega_3)
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

¹⁾ Die verwendeten Abkürzungen sind auf S.11 erläutert.

Mit den Systemfunktionen $G_{V\varphi\gamma}^S(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$ oder den Volterra-Kernen $g_{V\varphi\gamma}^S(\tau_1, \dots, \tau_V)$ ist die Signaltransformation $\varphi(t) \rightarrow \gamma(t)$ vollständig beschrieben. Im weiteren Teil dieses Kapitels soll daraus noch der Zusammenhang zwischen $\varphi(t)$ und $m(t)$ sowie $\varphi(t)$ und $\psi(t)$ abgeleitet werden. Die zugehörigen nichtlinearen Systeme werden mit $NS_{\varphi m}$ bzw. $NS_{\varphi\psi}$ bezeichnet.

Nach Gl.(3.14) gilt

$$\gamma(t) = m(t) + j\psi(t)$$

Die Zerlegung in lineare, quadratische und kubische Anteile liefert:

$$m_V(t) = \operatorname{Re} \{ \gamma_V(t) \} \quad (3.28)$$

$$(V = 1, 2, 3)$$

$$\psi_V(t) = \operatorname{Im} \{ \gamma_V(t) \} \quad (3.29)$$

$\gamma_V(t)$ in Gl.(3.28) und Gl.(3.29) kann mit Hilfe des symmetrischen Volterra-Kerns $g_{V\varphi\gamma}^S(\tau_1, \dots, \tau_V)$ und der Eingangsfunktion $\varphi(t)$ des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\varphi\gamma}$ ausgedrückt werden. Entsprechend Gl.(2.2) gilt:

$$\gamma_V(t) = \int_0^\infty \int_0^\infty g_{V\varphi\gamma}^S(\tau_1, \dots, \tau_V) \varphi(t-\tau_1) \dots \varphi(t-\tau_V) d\tau_1 \dots d\tau_V \quad (3.30)$$

Für reelle Zeitfunktionen $\varphi(t)$ können Gl.(3.28) und Gl.(3.29) folgendermaßen geschrieben werden:

$$m_V(t) = \int_0^\infty \int_0^\infty \operatorname{Re} \{ g_{V\varphi\gamma}^S(\tau_1, \dots, \tau_V) \} \varphi(t-\tau_1) \dots \varphi(t-\tau_V) d\tau_1 \dots d\tau_V \quad (3.31)$$

$$\psi_V(t) = \int_0^\infty \int_0^\infty \operatorname{Im} \{ g_{V\varphi\gamma}^S(\tau_1, \dots, \tau_V) \} \varphi(t-\tau_1) \dots \varphi(t-\tau_V) d\tau_1 \dots d\tau_V \quad (3.32)$$

Die v -dimensionalen symmetrischen Volterra-Kerne der Amplitudenmodulationsfunktion $m_v(t)$ und der Phasenfunktion $\psi_v(t)$ sind somit:

$$\begin{aligned} g_{v\varphi m}^s(\tau_1, \dots, \tau_v) &= \operatorname{Re} \left\{ g_{v\varphi \gamma}^s(\tau_1, \dots, \tau_v) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left[g_{v\varphi \gamma}^s(\tau_1, \dots, \tau_v) + g_{v\varphi \gamma}^{s*}(\tau_1, \dots, \tau_v) \right] \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} g_{v\varphi \psi}^s(\tau_1, \dots, \tau_v) &= \operatorname{Im} \left\{ g_{v\varphi \gamma}^s(\tau_1, \dots, \tau_v) \right\} \\ &= \frac{1}{2j} \left[g_{v\varphi \gamma}^s(\tau_1, \dots, \tau_v) - g_{v\varphi \gamma}^{s*}(\tau_1, \dots, \tau_v) \right] \end{aligned} \quad (3.34)$$

Durch v -dimensionale Fourier-Transformation der Volterra-Kerne aus Gl.(3.33) und Gl.(3.34) können die Systemfunktionen $G_{v\varphi m}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$ bzw. $G_{v\varphi \psi}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$ bestimmt werden, die zur Berechnung der linearen, quadratischen und kubischen Anteile von $m(t)$ bzw. $\psi(t)$ notwendig sind.

$$\begin{aligned} G_{v\varphi m}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v) &= \mathcal{F}_v \left\{ g_{v\varphi m}^s(\tau_1, \dots, \tau_v) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left[G_{v\varphi \gamma}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v) + G_{v\varphi \gamma}^{s*}(-j\omega_1, \dots, -j\omega_v) \right] \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} G_{v\varphi \psi}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v) &= \mathcal{F}_v \left\{ g_{v\varphi \psi}^s(\tau_1, \dots, \tau_v) \right\} \\ &= \frac{1}{2j} \left[G_{v\varphi \gamma}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v) - G_{v\varphi \gamma}^{s*}(-j\omega_1, \dots, -j\omega_v) \right] \end{aligned} \quad (3.36)$$

Ersetzt man in Gl.(3.35) und Gl.(3.36) die Systemfunktionen $G_{v\varphi \gamma}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$ durch die entsprechenden Beziehungen aus Gl.(3.27) und führt außerdem die Abkürzungen

$$H_g(j\omega) = \frac{1}{2} [H_T(j\omega) + H_T^*(-j\omega)] \quad (3.37)$$

$$H_u(j\omega) = \frac{1}{2} j [H_T(j\omega) - H_T^*(-j\omega)] \quad (3.38)$$

ein, so erhält man nach einiger algebraischer Umformung für die symmetrierten Systemfunktionen der nichtlinearen Systeme $NS_{\varphi m}$ und $NS_{\varphi \psi}$ folgende Ergebnisse¹⁾:

$$\begin{aligned} G_{1\varphi m}^s(j\omega_1) &= H_u(j\omega_1) \\ G_{2\varphi m}^s(j\omega_1, j\omega_2) &= \frac{1}{2} [H_g(j\omega_1)H_g(j\omega_2) - H_u(j\omega_1)H_u(j\omega_2) - H_g(j\omega_1 + j\omega_2)] \\ G_{3\varphi m}^s(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= -\frac{1}{6} H_u(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3) + \frac{1}{3} H_u(j\omega_1)H_u(j\omega_2)H_u(j\omega_3) \\ &\quad + \frac{1}{6} \sum_{1,2,3} H_g(j\omega_1)H_u(j\omega_2 + j\omega_3) + \frac{1}{6} \sum_{1,2,3} H_u(j\omega_1)H_g(j\omega_2 + j\omega_3) \\ &\quad - \frac{1}{3} \sum_{1,2,3} H_u(j\omega_1)H_g(j\omega_2)H_g(j\omega_3) \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} G_{1\varphi \psi}^s(j\omega_1) &= H_g(j\omega_1) \\ G_{2\varphi \psi}^s(j\omega_1, j\omega_2) &= -\frac{1}{2} [H_g(j\omega_1)H_u(j\omega_2) + H_u(j\omega_1)H_g(j\omega_2) - H_u(j\omega_1 + j\omega_2)] \\ G_{3\varphi \psi}^s(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= -\frac{1}{6} H_g(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3) - \frac{1}{3} H_g(j\omega_1)H_g(j\omega_2)H_g(j\omega_3) \\ &\quad + \frac{1}{6} \sum_{1,2,3} H_g(j\omega_1)H_g(j\omega_2 + j\omega_3) - \frac{1}{6} \sum_{1,2,3} H_u(j\omega_1)H_u(j\omega_2 + j\omega_3) \\ &\quad + \frac{1}{3} \sum_{1,2,3} H_g(j\omega_1)H_u(j\omega_2)H_u(j\omega_3) \end{aligned} \quad (3.40)$$

¹⁾ Die verwendeten Abkürzungen sind auf S.11 erläutert.

Wegen

$$H_g^*(-j\omega) = H_g(j\omega) \quad (3.41)$$

und

$$H_u^*(-j\omega) = H_u(j\omega) \quad (3.42)$$

sind die Systemfunktionen in Gl.(3.39) und Gl.(3.40) hermitesch:

$$\begin{aligned} G_{v\varphi m}^{s*}(-j\omega_1, \dots, -j\omega_v) &= G_{v\varphi m}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v) \\ G_{v\varphi\psi}^{s*}(-j\omega_1, \dots, -j\omega_v) &= G_{v\varphi\psi}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v) \end{aligned} \quad (v=1,2,3) \quad (3.43)$$

Die zugehörigen Volterra-Kerne sind somit reelle Zeitfunktionen.

3.2.2. Die Systemfunktionen zur Berechnung der nichtlinearen Verzerrungen am Empfänger-Eingang

3.2.2.1. Die Systemfunktionen zur Berechnung der Intermodulationsverzerrungen

Das mathematische Modell für die nichtlineare Signaltransformation $s(t) \rightarrow e_\psi(t)$ besteht aus der Reihenschaltung des linearen Systems $LS_{s\varphi}$, des nichtlinearen Systems $NS_{\varphi\psi}$, das den Zusammenhang zwischen $\varphi(t)$ und $\psi(t)$ beschreibt und des linearen Systems $LS_{\psi e}$. Es kann entsprechend Bild 3.8 durch ein äquivalentes, resultierendes nichtlineares System mit den Systemfunktionen $G_{vse_\psi}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$ ersetzt werden.

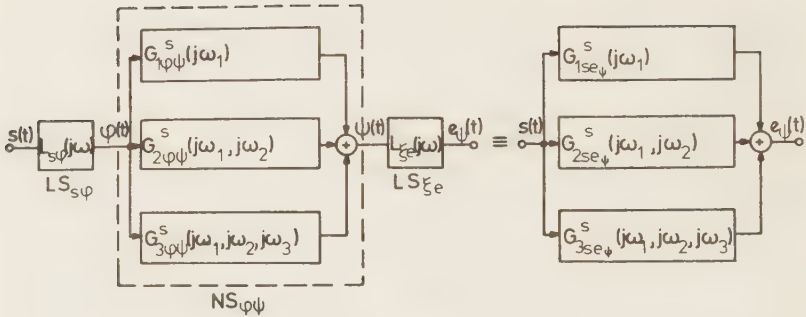


Bild 3.8: Modell der Signaltransformation $s(t) \rightarrow e_\psi(t)$ und äquivalentes resultierendes System

Mit Gl.(2.39) können die resultierenden Systemfunktionen, die zur Bestimmung des linearen, quadratischen und kubischen Signalanteils von $e_\psi(t)$ benötigt werden, unmittelbar angegeben werden. Man erhält:

$$\begin{aligned}
 G_{1se\psi}^s(j\omega_1) &= L_{s\varphi}(j\omega_1) G_{1\varphi\psi}^s(j\omega_1) L_{\xi e}(j\omega_1) \\
 G_{2se\psi}^s(j\omega_1, j\omega_2) &= L_{s\varphi}(j\omega_1) L_{s\varphi}(j\omega_2) G_{2\varphi\psi}^s(j\omega_1, j\omega_2) L_{\xi e}(j\omega_1 + j\omega_2) \\
 G_{3se\psi}^s(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= L_{s\varphi}(j\omega_1) L_{s\varphi}(j\omega_2) L_{s\varphi}(j\omega_3) G_{3\varphi\psi}^s(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) L_{\xi e}(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3)
 \end{aligned} \quad (3.44)$$

Die Übertragungsfunktionen $L_{s\varphi}(j\omega)$ und $L_{\xi e}(j\omega)$ der linearen Systeme folgen aus Gl. (3.10) und Gl. (3.12). Die Systemfunktionen $G_{v\varphi\psi}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$ wurden für $v=1,2,3$ in Gl. (3.40) abgeleitet. Da in Gl.(3.44) nur die symmetrischen Anteile von $G_{v\varphi\psi}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$ verwendet werden, sind auch die resultierenden Systemfunktionen $G_{vse\psi}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$ symmetrisch bezüglich ihrer Variablen.

3.2.2.2. Die Systemfunktionen zur Berechnung der AM/PM-Konversionsverzerrungen

Aus der Amplitudenmodulations-Funktion $m(t)$, die am Ausgang des nichtlinearen Systems $NS_{\varphi\gamma}$ auftritt, wird infolge eines frequenzabhängigen AM/PM-Konversionsfaktors $\Theta(\omega)$ entsprechend Gl.(3.5) die Störphasenmodulation $\eta(t) = [\mathcal{F}^{-1} \{ \Theta(\omega) \}] * m(t)$ erzeugt. Die Faltungsoperation entspricht der Filterung von $m(t)$ durch ein lineares Filter mit der Übertragungsfunktion $\Theta(\omega)$. Für die Signaltransformation $s(t) \rightarrow e_{\eta}(t)$ kann somit das folgende Modell angegeben werden:

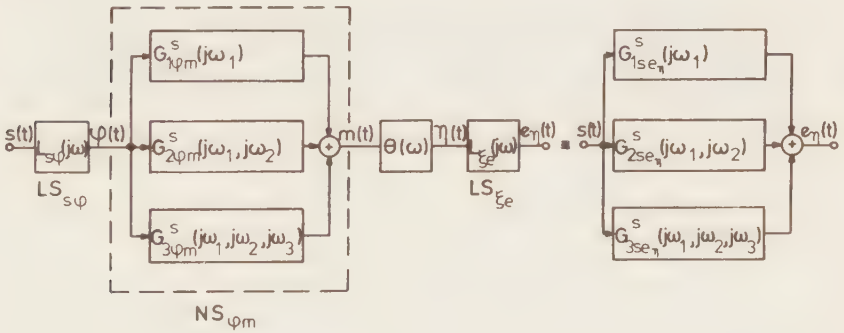


Bild 3.9: Darstellung der Signaltransformation $s(t) \rightarrow e_{\eta}(t)$ und äquivalentes resultierendes System

Die Systemfunktionen für das resultierende nichtlineare System von Bild 3.9 werden mit Hilfe von Gl.(2.39) berechnet und lauten:

$$\begin{aligned}
 G_{1se_{\eta}}^s(j\omega_1) &= L_{s\varphi}(j\omega_1) G_{1\varphi m}^s(j\omega_1) \Theta(\omega_1) L_{\xi e}(j\omega_1) \\
 G_{2se_{\eta}}^s(j\omega_1, j\omega_2) &= L_{s\varphi}(j\omega_1) L_{s\varphi}(j\omega_2) G_{2\varphi m}^s(j\omega_1, j\omega_2) \Theta(\omega_1 + \omega_2) L_{\xi e}(j\omega_1 + j\omega_2) \\
 G_{3se_{\eta}}^s(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= L_{s\varphi}(j\omega_1) L_{s\varphi}(j\omega_2) L_{s\varphi}(j\omega_3) G_{3\varphi m}^s(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) \\
 &\quad \cdot \Theta(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) L_{\xi e}(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3)
 \end{aligned} \quad (3.45)$$

Zur Bestimmung der AM/PM-Konversionsverzerrungen müssen die linearen Übertragungsfunktionen $L_{s\varphi}(j\omega)$ und $L_{\xi e}(j\omega)$ aus Gl.(3.10) bzw. Gl.(3.12) und die Systemfunktionen $G_{v\varphi m}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$ ($v=1,2,3$) des nichtlinearen Systems $NS_{\varphi m}$ bekannt sein. Außerdem ist die Kenntnis des frequenzabhängigen AM/PM-Konversionsfaktors $\Theta(\omega)$ notwendig. Die in Gl.(3.45) angegebenen Systemfunktionen sind symmetrisch bezüglich ihrer Variablen.

3.2.2.3. Die Systemfunktionen zur Berechnung der Verzerrungen des Empfänger-Eingangssignals $e(t)$

Das Empfänger-Eingangssignal $e(t)$ entsteht nach Gl.(3.13) durch additive Überlagerung des Signalanteils $e_\psi(t)$ und des AM/PM-Konversions-Verzerrungsanteils $e_\eta(t)$. Dies entspricht einer Parallelschaltung der beiden nichtlinearen Systeme $NS_{se\psi}$ und $NS_{se\eta}$ (Bild 3.10).

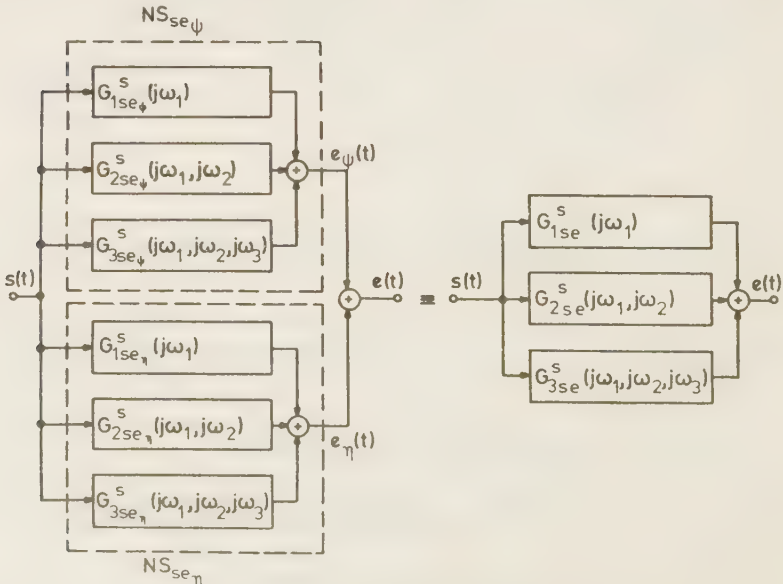


Bild 3.10: Modell der Signaltransformation $s(t) \rightarrow e(t)$

Die Systemfunktionen des resultierenden äquivalenten nichtlinearen Systems ergeben sich aus Gl.(2.44) durch Addition der Systemfunktionen von $NS_{se\psi}$ und $NS_{se\eta}$:

$$G_{vse}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v) = G_{vse\psi}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v) + G_{vse\eta}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v) \quad (3.46)$$

($v=1,2,3$)

3.3. Die spektrale Leistungsdichte der Verzerrungsanteile des Empfänger-Eingangssignals $e(t)$

Die Beschreibung der nichtlinearen Signaltransformation des FM-Systems durch die im letzten Kapitel angegebenen Systemfunktionen, ermöglicht eine Darstellung des nichtlinearen FM-Übertragungssystems in der für die Volterra-Reihenentwicklung üblichen Form.

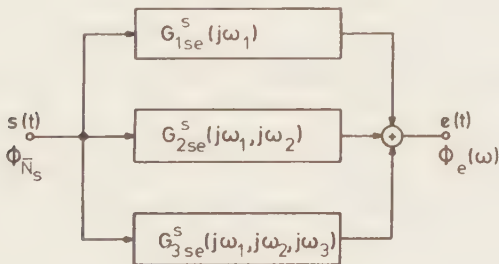


Bild 3.11: Äquivalentes Volterra-System zur Berechnung der nichtlinearen Verzerrungen des FM-Systems

Bei Kenntnis der symmetrischen Anteile der Systemfunktionen eines nichtlinearen Systems und der spektralen Leistungsdichte seines Eingangssignals lassen sich die spektralen Leistungsdichten der Signal- und Verzerrungsanteile der Ausgangszeitfunktion mit den in Kap. 2.4 angegebenen Formeln berechnen.

3.3.1. Intermodulations-Verzerrungsanteile

Die spektrale Leistungsdichtefunktion des linearen Signalanteils, sowie der quadratischen und kubischen Verzerrungsanteile von $e_\psi(t)$ werden mit $\Phi_{ve_\psi}(\omega)$ ($v = 1, 2, 3$) bezeichnet.

Mit Gl.(2.47) und Gl.(3.44) gilt für den linearen Anteil:

$$\Phi_{1e_\psi}(\omega) = |G_{1\varphi\psi}^s(j\omega)|^2 |L_{\xi e}(j\omega)|^2 |L_{s\varphi}(j\omega)|^2 \Phi_{\bar{N}_s} \quad (3.47)$$

$\Phi_{\bar{N}_s}$ ist nach Gl.(1.1) die spektrale Leistungsdichte des Basisbandsignals $s(t)$ des FM-Systems. Führt man anstelle von $\Phi_{\bar{N}_s}$ die spektrale Leistungsdichte $\Phi_{\varphi\varphi}(\omega)$ des Phasensignals $\varphi(t)$ in Gl.(3.47) ein, so wird mit

$$\Phi_{\varphi\varphi}(\omega) = |L_{s\varphi}(j\omega)|^2 \Phi_{\bar{N}_s} \quad (3.48)$$

die spektrale Leistungsdichte des linearen Anteils von $e_\psi(t)$:

$$\Phi_{1e_\psi}(\omega) = |L_{\xi e}(j\omega)|^2 |G_{1\varphi\psi}^s(j\omega)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(\omega) \quad (3.49)$$

Aus der allgemeinen Beziehung für die Leistungsdichtefunktionen der quadratischen und kubischen Verzerrungsanteile in Gl.(2.45) bzw. Gl.(2.46), den quadratischen und kubischen Systemfunktionen aus Gl.(3.44) und der spektralen Leistungsdichtefunktion $\Phi_{\varphi\varphi}(\omega)$ aus Gl.(3.48) können die quadratischen und kubischen Verzerrungsleistungsanteile von $e_\psi(t)$ berechnet werden. Sie lauten:

$$\Phi_{2e_\psi}(\omega) = |L_{\xi e}(j\omega)|^2 \frac{1}{\pi} \int_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} |G_{2\varphi\psi}^s(ju, j\omega - ju)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega - u) du \quad (3.50)$$

$$\Phi_{3e\psi}(\omega) = |L_{\xi e}(j\omega)|^2 \frac{6}{(2\pi)^2} \sum_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} \sum_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} |G_{3\psi}^s(ju, jv, j\omega - ju - jv)|^2 \cdot \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(v) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega - u - v) du dv \quad (3.51)$$

Die Integrationsgrenzen in den Gln.(3.50), (3.51) ergeben sich infolge der Bandbegrenzung des Eingangsspektrums Φ_{N_s} aus Gl.(1.1).

3.3.2. AM/PM-Konversionsverzerrungsanteile

Der Rechengang zur Bestimmung der spektralen Leistungsdichte der Verzerrungsanteile $e_{v\eta}(t)$ ($v = 1, 2, 3$) geschieht in völliger Analogie zu Kapitel 3.3.1. Wir bezeichnen die spektrale Leistungsdichte der Verzerrungsanteile mit $\Phi_{ve\eta}(\omega)$ ($v = 1, 2, 3$) und erhalten mit den Systemfunktionen $G_{vse\eta}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$ ($v = 1, 2, 3$) aus Gl.(3.45) für den linearen Anteil:

$$\Phi_{1e\eta}(\omega) = |\Theta(\omega)|^2 |L_{\xi e}(j\omega)|^2 |G_{1\varphi m}^s(j\omega)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(\omega) \quad (3.52)$$

für den quadratischen Anteil:

$$\Phi_{2e\eta}(\omega) = |\Theta(\omega)|^2 |L_{\xi e}(j\omega)|^2 \frac{1}{\pi} \sum_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} |G_{2\varphi m}^s(ju, j\omega - ju)|^2 \cdot \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega - u) du \quad (3.53)$$

und für den kubischen Anteil:

$$\Phi_{3e\eta}(\omega) = |\Theta(\omega)|^2 |L_{\xi e}(j\omega)|^2 \frac{6}{(2\pi)^2} \sum_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} \sum_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} |G_{3\varphi m}^s(ju, jv, j\omega - ju - jv)|^2 \cdot \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(v) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega - u - v) du dv \quad (3.54)$$

3.3.3. Die Verzerrungsanteile von $e(t) = e_{\psi}(t) + e_{\eta}(t)$

Die Signaltransformation $s(t) \rightarrow e(t) = e_{\psi}(t) + e_{\eta}(t)$ wird durch die Systemfunktionen von Kap. 3.2.2.3, Gl.(3.46) charakterisiert, für deren Betragsquadrat wir den Ausdruck

$$\begin{aligned} |G_{vse}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)|^2 &= |G_{vse\downarrow}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)|^2 + |G_{vse\uparrow}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)|^2 \\ &+ 2\operatorname{Re}\left\{G_{vse\downarrow}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v) \cdot G_{vse\uparrow}^{s*}(j\omega_1, \dots, j\omega_v)\right\} \end{aligned} \quad (3.55)$$

erhalten.

Zunächst soll die spektrale Leistungsdichte des linearen Signalanteils berechnet werden. Sie ergibt sich mit Gl.(2.47) zu

$$\Phi_{1e}(\omega) = |G_{1se}^s(j\omega)|^2 \Phi_{Ns} \quad (3.56)$$

Ersetzen wir $|G_{vse}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)|^2$ für $v=1$ durch Gl.(3.55), so kann mit

$$|G_{1se\downarrow}^s(j\omega)|^2 \Phi_{Ns} = \Phi_{1e\psi}(\omega) \quad , \quad (3.57)$$

$$|G_{1se\uparrow}^s(j\omega)|^2 \Phi_{Ns} = \Phi_{1e\eta}(\omega) \quad (3.58)$$

und

$$2 \operatorname{Re}\left\{G_{1se\downarrow}^s(j\omega) G_{1se\uparrow}^{s*}(j\omega)\right\} \Phi_{Ns} = \Phi_{1e\psi e\eta}(\omega) \quad (3.59)$$

die spektrale Leistungsdichte $\Phi_{1e}(\omega)$ folgendermaßen geschrieben werden:

$$\Phi_{1e}(\omega) = \Phi_{1e\psi}(\omega) + \Phi_{1e\eta}(\omega) + \Phi_{1e\psi e\eta}(\omega) \quad (3.60)$$

$\Phi_{1e}(\omega)$ setzt sich aus den Leistungsdichtefunktionen des linearen Signalanteils $e_{1\psi}(t)$ sowie des AM/PM-Konversionsanteils $e_{1\eta}(t)$ und aus einem Kreuzleistungsdichte-Anteil $\Phi_{1e\psi e\eta}(\omega)$ zusammen.

Die Kreuzleistungsdichtefunktion $\Phi_{1e\psi e\eta}(\omega)$ aus Gl.(3.59) soll noch umgeformt werden. Dazu ersetzen wir die Systemfunktionen $G_{1se\psi}(j\omega)$ und $G_{1se\eta}(j\omega)$ durch Gl.(3.44) bzw. Gl.(3.45) und führen anstelle von Φ_{N_S} die spektrale Leistungsdichte $\Phi_{\varphi\varphi}(\omega)$ des Phasensignals $\varphi(t)$ entsprechend Gl.(3.48) ein. Wir erhalten damit

$$\Phi_{1e\psi e\eta}(\omega) = \Theta(\omega) |L_{\xi e}(j\omega)|^2 2 \operatorname{Re} \left\{ G_{1\varphi\psi}^s(j\omega) G_{1\varphi m}^{s*}(j\omega) \right\} \Phi_{\varphi\varphi}(\omega) \quad (3.61)$$

Dabei ist berücksichtigt, daß der frequenzabhängige AM/PM-Konversionsfaktor $\Theta(\omega)$ reell ist.

In gleicher Weise können die Leistungsdichtefunktionen für den quadratischen und kubischen Verzerrungsanteil von $e(t)$ abgeleitet werden. Das Ergebnis ist in den folgenden Gleichungen angegeben.

$$\Phi_{2e}(\omega) = \Phi_{2e\psi}(\omega) + \Phi_{2e\eta}(\omega) + \Phi_{2e\psi e\eta}(\omega) \quad (3.62)$$

mit

$$\begin{aligned} \Phi_{2e\psi e\eta}(\omega) = & \Theta(\omega) |L_{\xi e}(j\omega)|^2 \\ & \cdot \frac{1}{\pi} \int_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} \int_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} 2 \operatorname{Re} \left\{ G_{2\varphi\psi}^s(ju, j\omega - ju) G_{2\varphi m}^{s*}(ju, j\omega - ju) \right\} \\ & \cdot \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega - u) du \end{aligned} \quad (3.63)$$

$$\Phi_{3e}(\omega) = \Phi_{3e\psi}(\omega) + \Phi_{3e\eta}(\omega) + \Phi_{3e\psi e\eta}(\omega) \quad (3.64)$$

mit

$$\begin{aligned} \Phi_{3e\psi e\eta}(\omega) = & \Theta(\omega) |L_{\xi e}(j\omega)|^2 \\ & \cdot \frac{6}{(2\pi)^2} \iint_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} 2 \operatorname{Re} \left\{ G_{3\varphi\psi}^s(j\omega, j\nu, j\omega - j\nu - j\nu) G_{3\varphi m}^{s*}(j\omega, j\nu, j\omega - j\nu - j\nu) \right\} \\ & \cdot \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(v) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega - u - v) du dv \end{aligned} \quad (3.65)$$

Die Leistungsdichtefunktionen $\Phi_{ve\psi}(\omega)$ und $\Phi_{ve\eta}(\omega)$ ($v = 1, 2, 3$) wurden in Kap. 3.3.1 bzw. 3.3.2 berechnet.

Da im allgemeinen nicht vorausgesetzt werden kann, daß $G_{v\varphi\psi}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v) \cdot G_{v\varphi m}^{s*}(j\omega_1, \dots, j\omega_v) = 0$ für $v = 2, 3$ ist, muß der Kreuzleistungsterm $\Phi_{ve\psi e\eta}(\omega)$ berücksichtigt werden. Wie in Kap. 3.5.2 noch gezeigt wird, verschwindet er jedoch für den Sonderfall symmetrischer Dämpfung und Laufzeit der Übertragungsstrecke. In diesem Fall sind Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungsleistungsanteile unkorreliert.

3.4. Die Berechnung der absoluten Störleistung am Empfänger-Eingang

Im Zusammenhang mit der Rauschklimrmessung nach Bild 1.1 läßt sich aus dem Verhältnis von Störleistung zu Signalleistung am Empfängereingang der Störleistungsabstand

$$\text{NPR}(\omega_M) = 10 \log \frac{\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M)}{\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)} \quad \text{dB} \quad (3.66)$$

definieren. Dieser Störabstand wird als "Noise Power Ratio" (NPR) bezeichnet. Dabei gibt $\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M)$ die Störleistung im Meßkanal mit der Mittenfrequenz f_M bei eingefügter Bandsperre und $\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)$ die Leistung bei fehlender Bandsperre an. Die Bestimmung der Leistungen erfolgt für die im

realen Betriebsfall vorliegende Systembelastung. Infolge der geringen Verzerrungen der FM-Systeme stimmt der NPR-Wert mit der in [3] definierten Größe $NV(\omega_M)$ überein.

Die Beziehung zwischen den NPR-Einheiten und dem psophometrisch bewerteten Störleistungspegel bezogen auf den relativen Pegel Null, erfolgt entsprechend der CCIR-Empfehlung 399-2 nach Gl.(3.67):

$$P_{\text{Stör}}(\omega_M) = \text{NPR}(\omega_M) + K_1 + K_2 + K_3 + K_4 \quad \text{dBm}_{\text{op}} \quad (3.67)$$

Dies entspricht der absoluten Störleistung

$$\Delta N_{\text{Stör op}}(\omega_M) = 10^{\frac{1}{10} (90 + \text{NPR}(\omega_M) + K_1 + K_2 + K_3 + K_4)} \quad \text{pW}_{\text{op}} \quad (3.68)$$

Die Korrekturgrößen in Gl.(3.67) bzw. Gl.(3.68) haben folgende Bedeutung [3]:

K_1 ist ein von der Kanalzahl K abhängiger Pegel. Es gilt:

$$K_1 = 1 - 6 \log K \quad \text{dBm} \quad (12 \leq K < 240) \quad (3.69)$$

$$K_1 = -15 \quad \text{dBm} \quad (K \geq 240)$$

$K_2 = -2,508$ dB ist der Korrekturfaktor für psophometrische Bewertung.

$K_3 = 10 \log \frac{K \Delta B}{B_{\text{NF}}}$ dB wird als Bandbreiten-Korrekturfaktor bezeichnet.

K_4 gibt den Überpegel, bezogen auf den relativen Pegel Null, an.

Im folgenden Kapitel sollen noch die Verhältnisse von Störleistung zu Signalleistung angegeben werden, die zur Berechnung des Störleistungsabstands bzw. der absoluten Störleistung nötig sind.

3.4.1. Das Verhältnis von Störleistung zu Signalleistung

Zur Bestimmung des Störleistungsabstands wird nach Gl.(3.66) die Störleistung im betrachteten Fernsprechanal auf die Leistung $\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)$ bezogen. $\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)$ setzt sich aus der Leistung des linearen, quadratischen und kubischen Signalanteils des Eingangssignals $e(t) = e_\psi(t) + e_\eta(t)$ am Empfänger zusammen. Wegen der geringen Nichtlinearität der betrachteten FM-Systeme wird $\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)$ im wesentlichen durch die Leistung des linearen Signalanteils $e_{1\psi}(t)$ bestimmt:

$$\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M) \approx \Phi_{1e_\psi}(\omega_M) \Delta B \quad (3.70)$$

In Gl.(3.70) ist vorausgesetzt, daß innerhalb des schmalen Fernsprechanals die spektrale Leistungsdichte $\Phi_{1e_\psi}(\omega)$ als konstant betrachtet werden kann.

Stör-Signalleistungsverhältnis für die Intermodulationsverzerrungen

Mit den Gln.(3.50) und (3.51) sind die spektralen Leistungsdichtefunktionen für die quadratischen und kubischen Intermodulationsverzerrungen bekannt. Unter der Voraussetzung, daß die Fernsprechanalbandbreite ΔB klein gegenüber der Basisbandbreite B_{NF} ist, gilt für die Intermodulations-Verzerrungsleistung die Näherungsbeziehung:

$$\Delta N_{\text{Stör}_\psi}(\omega_M) \approx [\Phi_{2e_\psi}(\omega_M) + \Phi_{3e_\psi}(\omega_M)] \Delta B \quad (3.71)$$

Die Addition der quadratischen und kubischen Verzerrungsleistungsanteile in Gl.(3.71) ist zulässig, da diese nicht korreliert sind. Für das Verhältnis von Intermodulations-Verzerrungsleistung zu Signalleistung kann mit Gl.(3.70) und Gl.(3.71) die Beziehung

$$\frac{\Delta N_{\text{Stör}\psi}(\omega_M)}{\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)} \approx \frac{\Phi_{2e\psi}(\omega_M) + \Phi_{3e\psi}(\omega_M)}{\Phi_{1e\psi}(\omega_M)} \quad (3.72)$$

angegeben werden. Ersetzt man noch die spektralen Leistungsdichtefunktionen $\Phi_{ve\psi}(\omega_M)$ für $v=1,2,3$ durch die in Kap. 3.3.1 angegebenen Formeln, so ergibt sich für das Stör-Signalleistungs-Verhältnis aus Gl.(3.72) folgender Ausdruck:

$$\frac{\Delta N_{\text{Stör}\psi}(\omega_M)}{\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)} \approx \frac{1}{|G_{1\varphi\psi}^s(j\omega_M)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(\omega_M)} \left[\frac{1}{\pi} \int_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} |G_{2\varphi\psi}^s(ju, j\omega_M - ju)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega_M - u) du \right. \\ \left. + \frac{6}{(2\pi)^2} \iint_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} |G_{3\varphi\psi}^s(ju, jv, j\omega_M - ju - jv)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(v) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega_M - u - v) du dv \right] \quad (3.73)$$

Stör-Signalleistungsverhältnis für die AM/PM-Konversionsverzerrungen

Mit Hilfe der spektralen Leistungsdichtefunktionen $\Phi_{2e\eta}(\omega)$ und $\Phi_{3e\eta}(\omega)$ kann die AM/PM-Konversionsverzerrungsleistung

$$\Delta N_{\text{Stör}\eta}(\omega_M) \approx [\Phi_{2e\eta}(\omega_M) + \Phi_{3e\eta}(\omega_M)] \Delta B \quad (3.74)$$

berechnet werden ¹⁾. Zur Bestimmung des Verhältnisses

1) Der AM/PM-Konversionsverzerrungsanteil $e_{1\eta}(t)$ ergibt sich durch lineare Filterung aus $s(t)$ (vgl. Gl.(3.45)) und kann zusammen mit dem linearen Signalanteil $e_{1\psi}(t)$ entzerrt werden. $\Phi_{1e\eta}(\omega)$ trägt deshalb nicht zur nicht-linearen AM/PM-Konversionsverzerrungsleistung $\Delta N_{\text{Stör}\eta}$ bei.

$\Delta N_{\text{Stör}\eta}(\omega_M) / \Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)$ werden die Leistungsdichtefunktionen $\Phi_{2e\eta}(\omega)$, $\Phi_{3e\eta}(\omega)$ und $\Phi_{1e\psi}(\omega)$ durch die Gl.(3.53), (3.54) und (3.49) ersetzt. Damit ergibt sich

$$\frac{\Delta N_{\text{Stör}\eta}(\omega_M)}{\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)} \approx \frac{|\Theta(\omega_M)|^2}{|G_{1\psi\psi}(j\omega_M)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(\omega_M)} \left[\frac{1}{\pi} \int_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} |G_{2\varphi m}^s(ju, j\omega_M - ju)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega_M - u) du \right. \\ \left. + \frac{6}{(2\pi)^2} \int_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} \int_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} |G_{3\varphi m}^s(ju, jv, j\omega_M - ju - jv)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(v) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega_M - u - v) dudv \right] \quad (3.75)$$

Stör-Signalleistungsverhältnis für die Verzerrungen des Empfänger-Eingangssignals $e(t)$

Die spektrale Leistungsdichtefunktionen $\Phi_{2e}(\omega)$ und $\Phi_{3e}(\omega)$ für die quadratischen und kubischen Verzerrungsanteile des Empfänger-Eingangssignals $e(t) = e_\psi(t) + e_\eta(t)$ können nach Gl.(3.62) bzw. Gl.(3.64) aus den Leistungsdichtefunktionen für den Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungsanteil und einer Kreuzleistungsdichtefunktion berechnet werden. Infolgedessen besteht auch die Störleistung des Empfänger-Eingangssignals aus der Summe von Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungsleistungen und aus einem Kreuzleistungsterm:

$$\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M) \approx [\Phi_{2e}(\omega_M) + \Phi_{3e}(\omega_M)] \Delta B \\ = \Delta N_{\text{Stör}\psi}(\omega_M) + \Delta N_{\text{Stör}\eta}(\omega_M) + \Delta N_{\text{Stör}\psi\eta}(\omega_M) \quad (3.76)$$

mit

$$\Delta N_{\text{Stör}\psi\eta}(\omega_M) \approx [\Phi_{2e\psi e\eta}(\omega_M) + \Phi_{3e\psi e\eta}(\omega_M)] \Delta B. \quad (3.77)$$

Für das Verhältnis von Störleistung zu Signalleistung ergibt sich damit folgende Beziehung:

$$\frac{\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M)}{\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)} = \frac{\Delta N_{\text{Stör}\psi}(\omega_M)}{\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)} + \frac{\Delta N_{\text{Stör}\eta}(\omega_M)}{\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)} + \frac{\Delta N_{\text{Stör}\psi\eta}(\omega_M)}{\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)} \quad (3.78)$$

Die beiden ersten Summanden in Gl.(3.78) wurden in den Gl.n.(3.73) und (3.75) angegeben. Durch Ersetzen der Kreuzleistungsdichtefunktionen $\Phi_{2e\psi e\eta}(\omega)$ und $\Phi_{3e\psi e\eta}(\omega)$ durch Gl.(3.63) bzw. Gl.(3.65) kann der dritte Summand folgendermaßen geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta N_{\text{Stör}\psi\eta}(\omega_M)}{\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)} &\approx \frac{2\Theta(\omega)}{|G_{1\varphi\psi}^s(j\omega_M)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(\omega_M)} \\ &\left[\frac{1}{\pi} \int_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} \text{Re} \left\{ G_{2\varphi\psi}^s(ju, j\omega_M - ju) G_{2\varphi\eta}^{s*}(ju, j\omega_M - ju) \right\} \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega_M - u) du \right. \\ &\quad + \frac{6}{(2\pi)^2} \int_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} \int_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} \text{Re} \left\{ G_{3\varphi\psi}^s(ju, jv, j\omega_M - ju - jv) G_{3\varphi\eta}^{s*}(ju, jv, j\omega_M - ju - jv) \right\} \\ &\quad \left. \cdot \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(v) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega_M - u - v) du dv \right] \end{aligned} \quad (3.79)$$

Intermodulationsverzerrungen $\Delta N_{\text{Stör}\psi}(\omega_M)$ und AM/PM-Konversionsverzerrungen $\Delta N_{\text{Stör}\eta}(\omega_M)$ sind nur bei verschwindendem Kreuzleistungsanteil $\Delta N_{\text{Stör}\psi\eta}(\omega_M)$ nicht korreliert. Nur in diesem Fall dürfen beide Leistungsanteile zur Gesamtleistung addiert werden. Im allgemeinen Fall ist der Kreuzleistungsterm bei der Berechnung der Gesamtverzerrungen $\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M)$ zu berücksichtigen.

Aus den abgeleiteten Beziehungen für das Verhältnis von Störleistung zu Signalleistung kann nun mit Hilfe von Gl.(3.66) und (3.68) die absolute Störleistung in einem Fernsprechanal bestimmt werden. Dabei ist zu beachten, daß das Stör-Signalleistungsverhältnis vollständig durch die Systemfunktionen des in Kap. 3.2.1 behandelten nicht-linearen Teilsystems $NS_{\varphi\gamma}$ und die spektrale Leistungsdichtefunktion $\Phi_{\varphi\varphi}(\omega)$ des Phasensignals $\varphi(t)$ bestimmt ist. $\Phi_{\varphi\varphi}(\omega)$ kann aus den technischen Kenngrößen des FM-Systems ermittelt werden. Dies erfolgt im nächsten Kapitel.

An dieser Stelle soll noch darauf hingewiesen werden, daß bei nichtlinearen Systemen der Störleistungsabstand (NPR) von der Signalleistung abhängt. Wird der Signalpegel z.B. um 3 dB erhöht - dies entspricht einer Verdoppelung der Werte von $\Phi_{\varphi\varphi}(\omega)$ - so erniedrigt sich der Störleistungsabstand für quadratische Verzerrungen um 3 dB, für kubische Verzerrungen um 6 dB. Dies folgt aus den angegebenen Formeln für das Stör-Signalleistungsverhältnis in Verbindung mit Gl.(3.66).

3.4.2. Die Berechnung der Leistungsdichtefunktion $\Phi_{\varphi\varphi}(\omega)$

Die Leistungsdichtefunktion $\Phi_{\varphi\varphi}(\omega)$ läßt sich aus den technischen Daten des FM-Systems, wie z.B. der Systembelastung oder dem äquivalenten Volumen, dem effektiven Kanalhub und der unteren und oberen Grenze des Basisband-Frequenzbereichs bestimmen. Für übliche FM-Systeme wurden diese Daten in [3] zusammengestellt und ihre Beziehungen untereinander beschrieben. Wir wollen uns deshalb hier auf die Angabe der für uns wichtigen Ergebnisse aus [3] beschränken.

Üblicherweise ist bei FM-Systemen der effektive Kanalhub Δf bekannt. Er entspricht dem effektiven Frequenzhub, den der sog. neutrale Kanal mit der Mittenfrequenz $0,608 f_0$

und dem relativen Pegel Null nach der Modulation hervorgerufen würde. Der relative Pegel Null ist durch die Konstante K_1 in Gl.(3.69) für die verschiedenen FM-Systeme festgelegt. Der neutrale Kanal ist dadurch definiert, daß für seine Mittenfrequenz die Pre- und Deemphasecharakteristik den Dämpfungswert 0 dB aufweisen. Der effektive Summenhub ΔF für alle K Fernsprechanäle hängt über die durch das äquivalente Volumen V_A gekennzeichnete Belegung des Systems mit dem effektiven Kanalhub Δf zusammen:

$$\Delta F = \Delta f \cdot 10^{\frac{1}{20} V_A} \quad (3.80)$$

Aus dem Summenhub ΔF und der Preemphasefunktion $G_P(j\omega)$ ergibt sich die Leistungsdichtefunktion $\Phi_{\varphi\varphi}(\omega)$ entsprechend der Formel:

$$\Phi_{\varphi\varphi}(\omega) = \frac{|G_P(j\omega)|^2}{\omega^2} \cdot \frac{(2\pi\Delta F)^2}{\frac{1}{\pi} \int_{f_u}^{f_p} |G_P(j\omega)|^2 d\omega} \quad (3.81)$$

3.4.3. Rechnerische Auswertung der abgeleiteten Beziehungen

Zur Berechnung der nichtlinearen Verzerrungen des FM-Systems müssen die Formeln in Gl.(3.73), Gl.(3.75) und Gl.(3.79) numerisch ausgewertet werden. Dazu wurde ein ALGOL-Rechenprogramm für die Telefunken-Rechananlage TR 440 erstellt. Besonderer Wert wurde dabei auf eine einfache Bedienung des Programms für den Anwender sowie auf geringen Rechenzeitbedarf gelegt.

Das Programm benötigt als Eingabedaten die charakteristischen technischen Kenngrößen des FM-Systems, die üblicherweise vorliegen und in [3] zusammengestellt sind, sowie den Dämpfungs- und Laufzeitfrequenzgang der linearen

Übertragungsstrecke. Mit Hilfe dieser Eingabedaten können die nichtlinearen Verzerrungsleistungsanteile in den vorgegebenen Meßkanälen berechnet werden. Im Gegensatz zu [3] ist dabei keine Vorausberechnung von Faltungsintegralen notwendig. Die zur Auswertung der Gln.(3.73), (3.75) und (3.79) erforderlichen Integrationen werden numerisch durchgeführt. Durch Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften der Systemfunktionen und des Eingangsspektrums läßt sich Rechenzeit einsparen. Die benötigte Rechenzeit ist proportional zur Anzahl der vorgegebenen Meßkanäle. Sie beträgt pro Meßkanal ca. 3 sec auf dem TR 440-Rechner, wobei der wesentliche Anteil auf die Berechnung der kubischen Verzerrungsanteile entfällt.

Es soll noch ein Rechenzeitvergleich mit dem von Welzenbach in [3] angegebenen Rechenverfahren erfolgen. Zur erstmaligen Bestimmung der nichtlinearen Verzerrungsleistung an 20 Frequenzstellen wird in [3] eine Rechenzeit von 30 min auf einer TR 4 Rechenanlage benötigt, wenn man die Bestimmung der notwendigen Faltungsintegrale mit einschließt. Auf einem TR 440-Rechner, der real etwa 6 mal schneller als ein TR 4-Rechner ist, ergibt dies eine Rechenzeit von ca. 5 min. Mit dem hier erstellten Programm beträgt die Rechenzeit für 20 Frequenzpunkte dagegen 1 min. Der Rechenzeitbedarf ändert sich allerdings zugunsten des Verfahrens in [3], wenn für dasselbe FM-System die Verzerrungsleistungen an sehr vielen Frequenzpunkten oder mehrmals mit unterschiedlichen Filtersätzen bestimmt werden müssen.

Ungenauigkeiten der Ergebnisse, die infolge der in [3] notwendigen Approximation des Dämpfungs- und Laufzeitfrequenzgangs auftreten können, werden bei dem hier erwähnten Verfahren vermieden. Beispielsweise lassen sich Verzerrungen bei sehr steilen Dämpfungsflanken der Übertragungsstrecke (Bandbegrenzung) wesentlich problemloser als mit dem Rechenverfahren aus [3] berechnen.

3.5. Zusammenhang zwischen Verzerrungen und Symmetrieeigenschaften der linearen Übertragungsstrecke

3.5.1. Linearer Verlauf der Dämpfung und Phase der Übertragungsstrecke

Die Übertragungsstrecke habe einen linearen Dämpfungsverlauf

$$a(\omega) = a_0 + a_1 \omega \quad (3.82)$$

und einen linearen Phasenverlauf

$$b(\omega) = \beta_0 + \beta_1 \omega \quad (3.83)$$

Aus ihrer Übertragungsfunktion $H(j\omega) = e^{-a(\omega)} e^{-jb(\omega)} = e^{-a_0 - j\beta_0} e^{-a_1 \omega - j\beta_1 \omega}$ läßt sich nach Gl.(3.9) die äquivalente TP-Übertragungsfunktion $H_T(j\omega) = e^{-a_1 \omega} e^{-j\beta_1 \omega}$ ableiten. Für diese gilt die Beziehung:

$$H_T(j\omega_1 + j\omega_2 + \dots + j\omega_N) = H_T(j\omega_1) H_T(j\omega_2) \dots H_T(j\omega_N) . \quad (3.84)$$

Damit verschwinden aber nach Gl.(3.27) die quadratischen und kubischen Systemfunktionen des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\varphi\gamma}$ und somit auch die quadratischen und kubischen Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungsanteile. Diese aus der Praxis bekannte Tatsache wird somit mit dem hier verwendeten Rechenverfahren richtig wiedergegeben.

3.5.2. Symmetrische Übertragungsstrecke

Gilt für die Dämpfung und Phase der linearen Übertragungsstrecke die Symmetriebeziehung

$$a(\omega + \omega_T) = a(-\omega + \omega_T) \quad (3.85)$$

$$b(\omega + \omega_T) - b(\omega_T) = -b(-\omega + \omega_T) + b(\omega_T) \quad (3.86)$$

so sind Dämpfung und Laufzeit symmetrisch zur Trägerfrequenz. Für die äquivalente TP-Übertragungsfunktion der linearen Übertragungsstrecke

$$H_T(j\omega) = \frac{H(j\omega + j\omega_T)}{H(j\omega_T)} = \frac{e^{-a(\omega + \omega_T)} e^{-jb(\omega + \omega_T)}}{e^{-a\omega_T} e^{-jb\omega_T}}$$

ergibt sich mit Berücksichtigung von Gl.(3.85) und Gl.(3.86) die Beziehung $H_T(j\omega) = H_T^*(-j\omega)$. Aus den Gln.(3.37) und (3.38) folgt damit

$$H_g(j\omega) = H_T(j\omega) \quad (3.87)$$

$$H_u(j\omega) = 0 \quad (3.88)$$

Die Systemfunktionen der Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungsanteile aus Gl.(3.39) und Gl.(3.40) vereinfachen sich mit den Gln.(3.87), (3.88) erheblich. Sie lauten:

$$\begin{aligned} G_{1\varphi\psi}^s(j\omega_1) &= H_T(j\omega_1) \\ G_{2\varphi\psi}^s(j\omega_1, j\omega_2) &= 0 \\ G_{3\varphi\psi}^s(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= -\frac{1}{6} H_T(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3) - \frac{1}{3} H_T(j\omega_1) H_T(j\omega_2) H_T(j\omega_3) \\ &\quad + \frac{1}{6} \sum_{1,2,3} H_T(j\omega_1) H_T(j\omega_2 + j\omega_3) \quad (3.89) \\ G_{1\varphi m}^s(j\omega_1) &= 0 \\ G_{2\varphi m}^s(j\omega_1, j\omega_2) &= \frac{1}{2} [H_T(j\omega_1) H_T(j\omega_2) - H_T(j\omega_1 + j\omega_2)] \\ G_{3\varphi m}^s(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= 0 \end{aligned}$$

Damit läßt sich folgende Aussage machen:

Bei symmetrischer Übertragungsstrecke verschwinden der quadratische Intermodulationsverzerrungsanteil, sowie der lineare und kubische AM/PM-Konversionsverzerrungsanteil. Diese Aussage wird auch durch die in [3] durchgeführten Untersuchungen bestätigt.

Aus Gl.(3.89) folgt noch, daß für $v = 2, 3$ das Produkt $G_{v\varphi\psi}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v) \cdot G_{v\varphi m}^{s*}(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$ zu Null wird. Damit verschwindet der Kreuzleistungsterm in Gl.(3.78). Bei symmetrischer Übertragungsstrecke sind Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen unkorreliert.

3.6. Anwendungsbeispiele

Mit dem vorgestellten Rechenverfahren kann die nichtlineare Störleistung in einem Meßkanal in Abhängigkeit vom Frequenzgang der linearen Übertragungsstrecke bestimmt werden. Diese relativ einfache und schnelle Berechnungsmöglichkeit ist ein wesentlicher Vorteil gegenüber zeitaufwendigen meßtechnischen Untersuchungen und bietet darüber hinaus dem Entwickler die Möglichkeit zur optimalen Dimensionierung der Filterbausteine hinsichtlich einer minimalen Verzerrungsleistung. Anhand einiger Beispiele wird der Einfluß des Dämpfungs- und Laufzeitverlaufs der linearen Übertragungsstrecke auf die nichtlineare Störleistung analysiert und dabei die Leistungsfähigkeit des Rechenprogramms aufgezeigt.

3.6.1. Der Einfluß des Dämpfungsverlaufs der linearen Übertragungsstrecke auf die nichtlineare Verzerrungsleistung

Im Zusammenhang mit dem Dämpfungsverlauf der linearen Übertragungsstrecke und hier insbesondere des ZF-Filters sind bei der Systemauslegung folgende Fragen von Interesse:

- a) Welche typischen Dämpfungsverläufe verursachen die wesentlichen Störleistungen?
- b) Welchen Einfluß hat die Steilheit der Dämpfungsflanke des ZF-Filters auf die Störleistung?
- c) Wie wirkt sich die Bandbegrenzung des FM-Spektrums durch das ZF-Filter auf die Störleistung aus und welche ZF-Bandbreite ist sinnvoll?

Die sich anschließenden Untersuchungen, die zur Klärung dieser Fragen beitragen sollen, werden für das Richtfunksystem FM 2700 durchgeführt, das durch folgende Kenndaten charakterisiert wird [3]:

Untere Basisbandfrequenz	$f_u = 0.312 \text{ MHz}$
Obere Basisbandfrequenz	$f_o = 12.388 \text{ MHz}$
Äquivalentes Volumen	$V_A = 19.314 \text{ dBm}$
Effektiver Kanalhub	$\Delta f = 0.14 \text{ MHz}$
Modulationsindex	$M = 0.3436$
Carson-Bandbreite	$B_C = 33.3 \text{ MHz}$
Überpegel	$K_4 = 0 \text{ dB}$

3.6.1.1. Typische Dämpfungsverläufe

Aufgabenstellung

Die Kenntnis des Zusammenhangs zwischen typischen Dämpfungsverläufen und den dadurch hervorgerufenen Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen ist für die Praxis bedeutsam. Damit wird eine Abschätzung der nichtlinearen Verzerrungen bei bekanntem Dämpfungsverlauf der Übertragungsstrecke ermöglicht. Ferner werden ungünstige Dämpfungsverläufe, die besonders sorgfältig zu entzerren sind, erkannt.

Die in unserer Untersuchung betrachteten Dämpfungsverläufe werden in zwei Gruppen aufgeteilt. Zur ersten Gruppe gehören nur gerade, d.h. zur Trägerfrequenz symmetrische Verläufe. Sie sind so normiert, daß die Dämpfung an den Frequenzstellen $f_T \pm 18$ MHz den Wert 0.1 dB aufweist¹⁾:

$$a_g(f) = 0.1 \left[\frac{|f - f_T|}{18 \text{ MHz}} \right]^q \text{ dB} \quad (3.90)$$

In der zweiten Gruppe sind ungerade, d.h. zur Trägerfrequenz punktsymmetrische Dämpfungsverläufe zusammengefaßt. Ihre Normierung ist derart, daß an den Frequenzstellen $f_T \pm 18$ MHz die Dämpfung ± 0.05 dB beträgt:

$$a_u(f) = \begin{cases} -0.05 \left[\frac{|f - f_T|}{18 \text{ MHz}} \right]^q \text{ dB} & \forall f \leq f_T \\ 0.05 \left[\frac{|f - f_T|}{18 \text{ MHz}} \right]^q \text{ dB} & \forall f \geq f_T \end{cases} \quad (3.91)$$

Sowohl bei den geraden (Gl.(3.90)), als auch bei den ungeraden Dämpfungsverläufen (Gl.(3.91)) wird die Analyse für $q = 1, 2, 3, \dots, 12$ für das Richtfunksystem FM 2700 durchgeführt.

Analyseergebnisse

Betrachten wir zunächst Bild 3.12. Für ungerade Dämpfungsverläufe mit $q = 1, 3$ und gerade Dämpfungsverläufe mit $q = 2, 4$ wurden sowohl die zugehörigen Intermodulations- als auch die AM/PM-Konversionsverzerrungen für einen

¹⁾Die Festlegung der 0.1 dB-Frequenzpunkte wurde in Übereinstimmung mit den in [3] durchgeführten Untersuchungen gewählt, um den Vergleich von Rechenergebnissen zu ermöglichen.

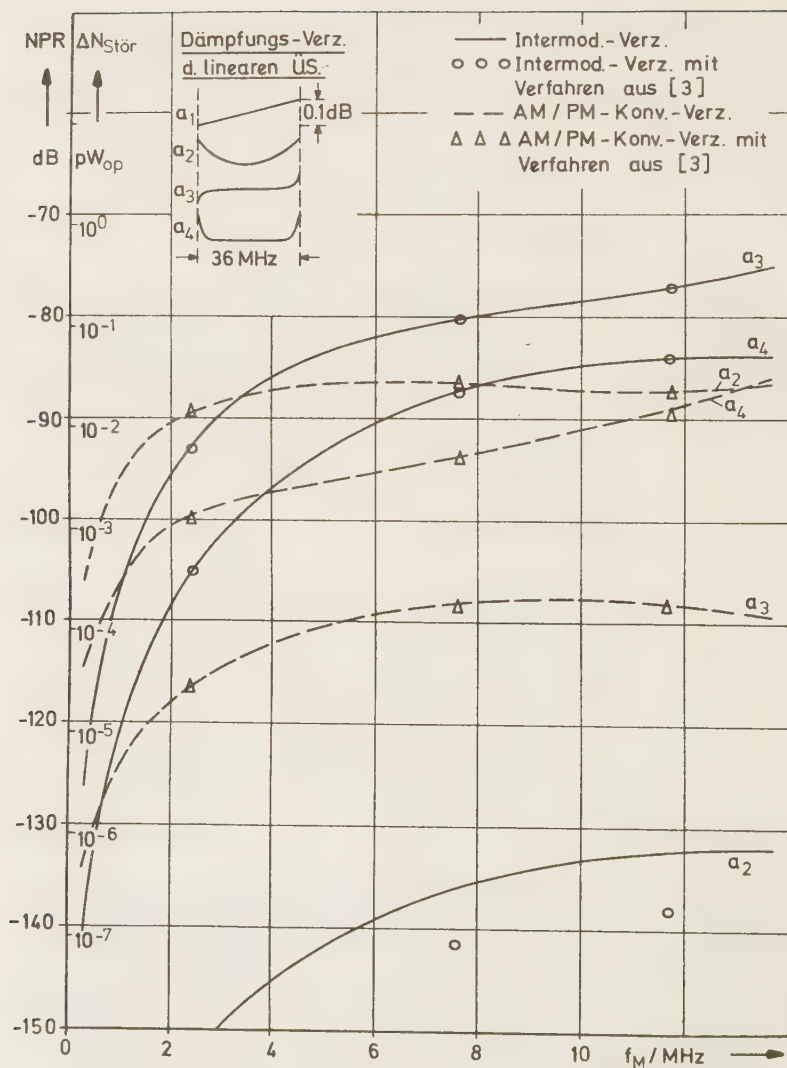


Bild 3.12: Intermodulationsverzerrungen und AM/PM-Konversionsverzerrungen beim Richtfunksystem FM 2700

AM/PM-Konversionsfaktor von $1^{\circ}/\text{dB}$ berechnet und über der Meßkanal-Mittenfrequenz f_M aufgetragen. Aus den Kurven kann sowohl der Abstand zwischen Störleistung und Signalleistung in einem Meßkanal in dB als auch die absolute Störleistung am relativen Pegel Null in pW_{Op} entnommen werden.

Für einen Genauigkeitsvergleich zwischen den in dieser Arbeit und in [3] verwendeten analytischen Verfahren sind in Bild 3.12 zusätzlich für drei Frequenzpunkte die berechneten Werte aus [3] eingetragen. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der beiden Rechenergebnisse. Die Unterschiede bei sehr kleinen Störleistungen ($<10^{-6}\text{pW}$) entstehen durch numerische Ungenauigkeiten. Zu bemerken ist noch, daß für den linearen Dämpfungsverlauf ($q = 1$ in Gl.(3.91)) keine Intermodulationsverzerrungen auftreten (vgl. Kap. 3.5.1). Die zugehörigen AM/PM-Konversionsverzerrungen waren in sämtlichen Meßkanälen kleiner als $10^{-8}\text{pW}_{\text{Op}}$ und konnten deshalb nicht in Bild 3.12 eingetragen werden. Eine Diskussion der Ergebnisse ist in [3] zu finden.

Für die Intermodulationsverzerrungen wurde in den Bildern 3.13 und 3.14 noch eine andere Darstellung der Rechenergebnisse gewählt. Im oberen Diagramm (Bild 3.13) wird gezeigt, wie sich für gerade Dämpfungsverläufe die Intermodulations-Verzerrungsleistung in den einzelnen Meßkanälen in Abhängigkeit vom Exponenten q in Gl.(3.90) verändert. In Bild 3.14 sind die entsprechenden Ergebnisse für die ungeraden Dämpfungsverläufe aus Gl.(3.91) aufgetragen. Beiden Diagrammen gemeinsam ist, daß in Abszissenrichtung der Wert des Exponenten q aufgetragen ist, während die Mittenfrequenz der Meßkanäle Parameter der Kurvenscharen ist. Im Gegensatz zu Bild 3.12 nimmt der Exponent q sowohl für gerade als auch für ungerade Dämpfungsverläufe sämtliche ganzzahligen Werte von $q = 2$ bis $q = 12$ an.

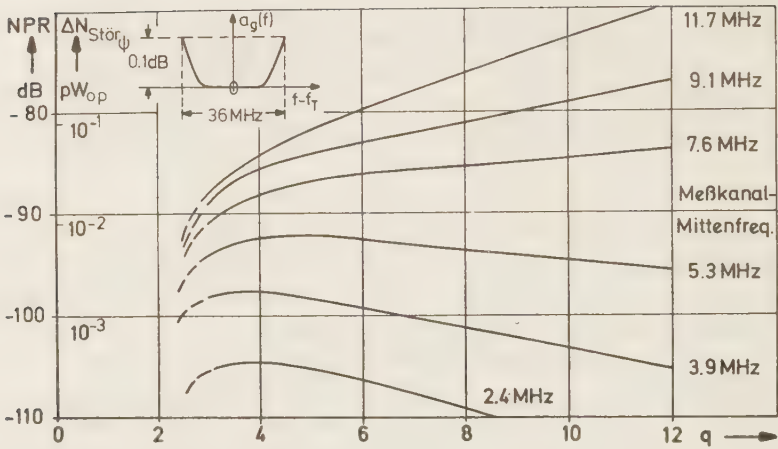


Bild 3.13: Intermodulationsverzerrungen beim Richtfunk-system FM 2700 für gerade Dämpfungsverläufe

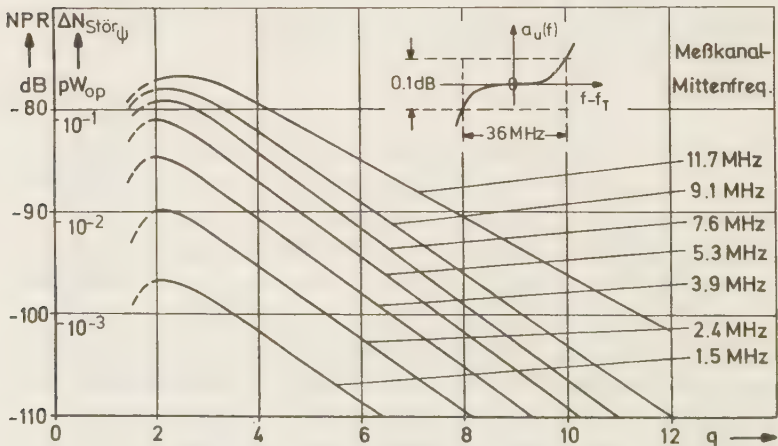


Bild 3.14: Intermodulationsverzerrungen beim Richtfunk-system FM 2700 für ungerade Dämpfungsverläufe

Die Ergebnisse aus Bild 3.13 und Bild 3.14 zeigen, daß bei gerader Symmetrie des Dämpfungsverlaufs die Intermodulations-Verzerrungsleistung in den unteren Meßkanälen mit wachsendem Exponenten q nach Überschreiten eines Maximums abnimmt, in den oberen Meßkanälen dagegen monoton zunimmt. Bei ungerader Symmetrie wird für steigende Werte von q ab $q \gtrsim 2$ die Verzerrungsleistung in sämtlichen Meßkanälen kleiner.

Aus den Analyseergebnissen folgt, daß ein gerader Dämpfungsverlauf mit großem Exponenten q hohe Verzerrungsleistungsanteile in den oberen Meßkanälen verursacht. Bei harter Bandbegrenzung des FM-Signals ist deshalb mit einer starken Zunahme der Intermodulations-Verzerrungsleistung in den oberen Meßkanälen zu rechnen. Ungerade Dämpfungsfrequenzgänge entsprechend Gl.(3.91) sind für großes q dagegen unkritisch.

3.6.1.2. Der Einfluß der Flankensteilheit des ZF-Filters

Aufgabenstellung

Dieses Beispiel zeigt die Abhängigkeit der Intermodulationsverzerrungsleistung von der Flankensteilheit des ZF-Filters. Bei den einzelnen Untersuchungen wurde die Steilheit der unteren und oberen Filterflanke eines vorgegebenen ZF-Filters variiert und die entstehende Intermodulationsverzerrungsleistung für das Richtfunksystem FM 2700 berechnet. Der Dämpfungsverlauf der analysierten Filter ist in Bild 3.15 skizziert und lautet:

$$a(f) = \begin{cases} 0 & \forall \quad |f - f_T| < B_{ZF}/2 \\ 3 \left[\frac{f - f_T - B_{ZF}/2}{2 \text{ MHz}} \right]^\mu \text{ dB} & \forall \quad f - f_T > B_{ZF}/2 \\ 3 \left[\frac{-f + f_T - B_{ZF}/2}{2 \text{ MHz}} \right]^\mu \text{ dB} & \forall \quad f - f_T < -B_{ZF}/2 \end{cases} \quad (3.92)$$

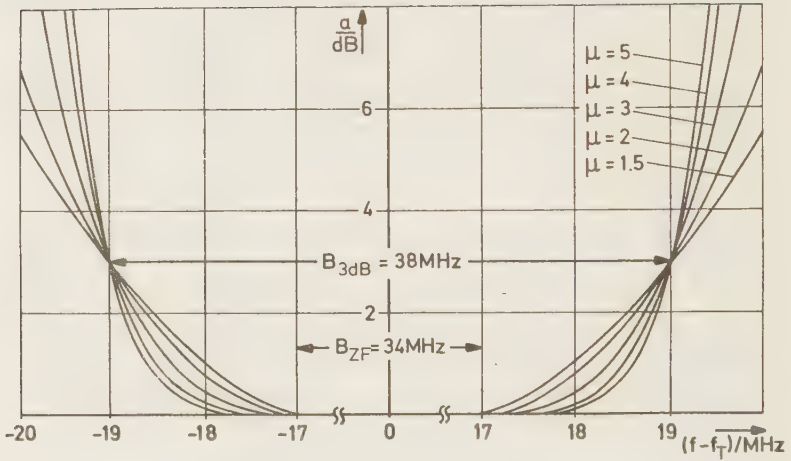


Bild 3.15: Verlauf der Filterflanken des ZF-Filters für verschiedene Werte von μ in Gl.(3.92)

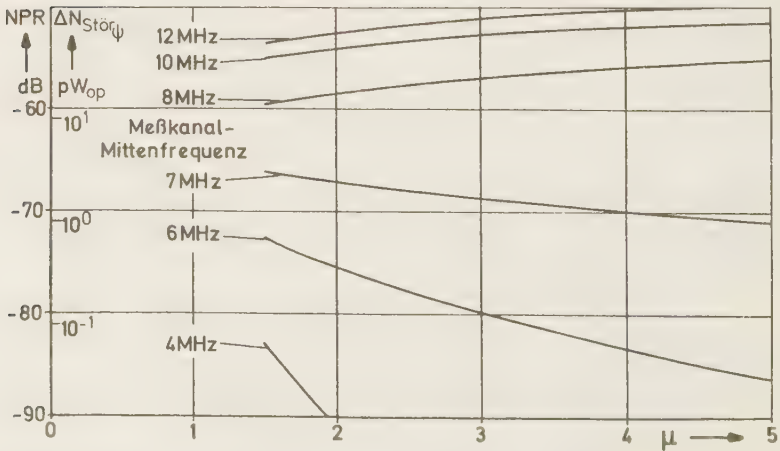


Bild 3.16: Intermodulationsverzerrungsleistung des Systems FM 2700 in Abhängigkeit vom Grad μ des Dämpfungsanstiegs der Filterflanken

Innerhalb der Bandbreite $B_{ZF} = 34$ MHz, die etwa der Carson-Bandbreite entspricht, ist die Filterdämpfung Null. Der Dämpfungsanstieg für die untere und obere Filterflanke beginnt an den Frequenzstellen $f_T \pm B_{ZF}/2$. Er wird mit zunehmendem Exponenten μ steiler. Allerdings bleibt die 3 dB-Bandbreite des ZF-Filters konstant. Unabhängig von μ beträgt sie 38 MHz und ist damit etwas größer als die Carson-Bandbreite $B_C \approx 33.3$ MHz.

Analyseergebnisse

In Bild 3.16 sind die Intermodulationsverzerrungsleistungen in den einzelnen Meßkanälen über dem Exponenten μ aufgetragen. In den oberen Meßkanälen nimmt die Verzerrungsleistung mit zunehmendem μ infolge der starken Dämpfungsverzerrungen durch die steilen Filterflanken zu. Dabei treten sehr große Verzerrungsleistungsanteile auf. Dagegen verringert sich in den unteren Meßkanälen die Störleistung bei Vergrößern von μ . Die Ursache dafür ist, daß mit wachsendem μ die Dämpfungsverzerrungen im Frequenzbereich $|f - f_T| < B_{3dB}/2$ abnehmen.

Aus den Analyseergebnissen folgt, daß eine harte Bandbegrenzung des FM-Spektrums große Verzerrungen verursacht, wenn die 3 dB-Bandbreite (Durchlaß-Bandbreite) nur wenig größer als die Carson-Bandbreite ist.

3.6.1.3. Der Einfluß der Bandbreite des ZF-Filters

Aufgabenstellung

Die Frage nach der notwendigen Bandbreite zur Übertragung des FM-Signals mit möglichst geringen Verzerrungen ist für die Filterauslegung sehr wichtig und nach der vorangegangenen Untersuchung naheliegend. Näherungswerte dafür lassen sich mit Hilfe des FM-Spektrums [55] oder z.B. aus der

Formel für die Carson-Bandbreite angeben. Jedoch können damit keine Aussagen über die Größe der entstehenden Verzerrungen gemacht werden. Das Ziel dieser Untersuchung ist deshalb die genauere Bestimmung der 3 dB-Bandbreite des ZF-Filters, wobei die Störleistung als Kriterium verwendet werden soll.

Die Untersuchungen gehen von einem Dämpfungsverlauf des ZF-Filters entsprechend Gl.(3.92) für $\mu = 2$ aus. Der zugehörige Dämpfungsanstieg der Filterflanke ist in Bild 3.15 durch die Kurve für $\mu = 2$ skizziert. Unter Beibehaltung dieses Dämpfungsanstiegs der unteren und oberen Filterflanke wird bei den Untersuchungen die 3 dB-Bandbreite des ZF-Filters zwischen 34 MHz und 50 MHz variiert und die entstehende Intermodulationsverzerrungsleistung für das Richtfunksystem FM 2700 berechnet.

Analyseergebnisse

In Bild 3.17 ist die Störleistung für verschiedene 3 dB-Bandbreiten über der Mittenfrequenz f_M der Meßkanäle aufgetragen. Sie nimmt mit wachsender Mittenfrequenz für alle Meßkanäle zu und ist im höchsten Meßkanal am größten. Somit wird bei Vorgabe einer maximal zulässigen Störleistung die notwendige Filterbandbreite durch die Verzerrungen im höchsten Meßkanal bestimmt.

Für den Meßkanal mit $f_M = 12$ MHz ist deshalb im folgenden Bild 3.18 die Intermodulationsverzerrungsleistung in Abhängigkeit von der 3 dB-Bandbreite aufgetragen. Unter der Annahme, daß im realen Betriebsfall die gesamte Störleistung in diesem Meßkanal infolge von "long-line-Effekten" nicht ideal entzerrten Dämpfungs- und Laufzeitverläufen sowie thermischem Rauschen nicht kleiner als ca. 1 pW werden kann, ist es sinnvoll, die 3 dB-Bandbreite so festzulegen, daß die durch Bandbegrenzung verursachte

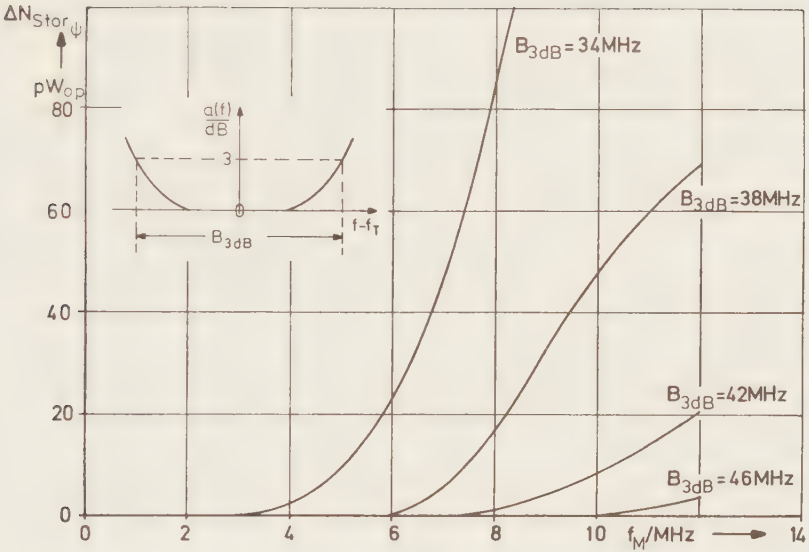


Bild 3.17: Intermodulationsverzerrungsleistung für verschiedene 3 dB-Bandbreiten des ZF-Filters (FM 2700)

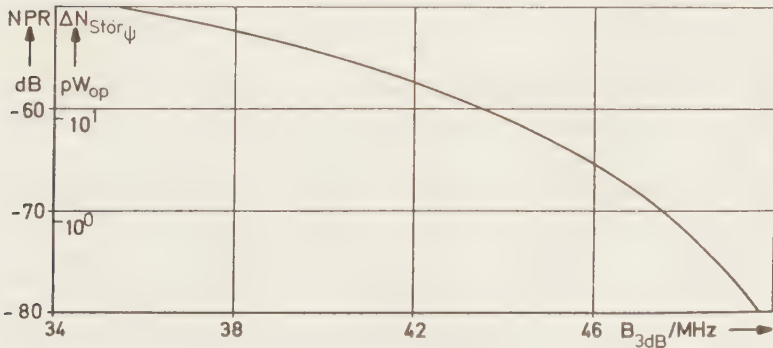


Bild 3.18: Die Abhängigkeit der Intermodulationsverzerrungsleistung im obersten Meßkanal bei $f_M = 12$ MHz von der 3 dB-Bandbreite des ZF-Filters (FM 2700)

Störleistung ca. 0.1 pW beträgt. Aus Bild 3.18 ergibt sich dafür eine 3 dB-Bandbreite von ca. 49.5 MHz, die etwa der vierfachen Basisbandbreite entspricht. Unter den genannten Voraussetzungen führt eine weitere Vergrößerung der 3 dB-Bandbreite zu keiner wesentlichen Reduzierung der Gesamtstörleistung.

Dieses Ergebnis für die benötigte ZF-Bandbreite stimmt sehr gut mit den berechneten Werten von Anuff und Liou [56] überein, die mit Hilfe eines Simulationsprogramms die notwendige Filterbandbreite in Abhängigkeit vom Modulationsindex für verschiedene Störabstände angegeben haben. Bemerkenswert ist, daß die notwendige ZF-Bandbreite aufgrund der von Carson angegebenen Näherungsformel 33.3 MHz beträgt und damit wesentlich kleiner als die tatsächlich erforderliche Bandbreite für die angenommene Intermodulationsverzerrungsleistung ist. In Übereinstimmung mit [56] bedeutet dies, daß unter Zugrundelegung der in der Praxis geforderten geringen Verzerrungsleistungen die Carson-Formel bei kleinem Modulationsindex zu niedrige Werte für die ZF-Bandbreite liefert.

3.6.1.4. Dämpfungsverlauf eines realen ZF-Filters

Aufgabenstellung

Die vorangegangenen Beispiele haben gezeigt, wie sich der Dämpfungsfrequenzgang des ZF-Filters auf die nichtlineare Verzerrungsleistung auswirkt. Für die Untersuchungen sind dabei idealisierte Dämpfungsverläufe verwendet worden. In diesem Beispiel soll die Berechnung der Intermodulationsverzerrungsleistung für den realen Dämpfungsverlauf eines ZF-Filters erfolgen.

Bei dem analysierten ZF-Filter handelt es sich um einen vierkreisigen HF-Bandpaß mit der in Bild 3.19 angegebenen

Schaltungskonfiguration. Das Filter wurde der Arbeit [57] entnommen. Es hat im Durchlaßbereich einen maximal flachen Dämpfungsverlauf, der bezüglich der Trägerfrequenz symmetrisch ist (Bild 3.19). Die 3 dB-Bandbreite wurde entsprechend dem realisierten FM 2700 Richtfunk-System auf 56 MHz festgelegt. Die Mittenfrequenz des Filters liegt bei 140 MHz und ist mit der ZF-Trägerfrequenz dieses Richtfunksystems identisch. Damit ergibt sich eine relative 3 dB-Bandbreite von 40 %.

Analyseergebnisse

Die Intermodulationsverzerrungen, die aufgrund des vorliegenden Dämpfungsverlaufs entstehen, sind in Bild 3.20 über der Meßkanal-Mittenfrequenz f_M aufgetragen. Die Störleistung im oberen Meßkanal bei $f_M = 12$ MHz beträgt etwa 0.17 pW. Dieselbe Störleistung wird in diesem Meßkanal durch den idealisierten Dämpfungsverlauf des ZF-Filters in Beispiel 3.6.1.3 erzeugt, wenn dabei die relative 3 dB-Bandbreite des Filters 35 % beträgt. Die um 5 % größere relative Bandbreite des realen Filters ist erforderlich, da es im Durchlaßbereich größere Dämpfungsverzerrungen aufweist als das idealisierte Filter aus Beispiel 3.6.1.3.

3.6.2. Der Einfluß der Gruppenlaufzeit der linearen Übertragungsstrecke auf die nichtlineare Verzerrungsleistung

3.6.2.1. Typische Gruppenlaufzeitverläufe

Aufgabenstellung

Da bekanntlich ein wesentlicher Teil der nichtlinearen Verzerrungsleistung durch die Gruppenlaufzeit-Verzerrungen der linearen Übertragungsstrecke hervorgerufen wird, ist eine systematische Erfassung des Einflusses typischer Laufzeit-

verläufe von praktischer Bedeutung. Analog zu Kap. 3.6.1.1 werden deshalb in diesem Beispiel die Verzerrungsleistungsbeiträge typischer, zur Trägerfrequenz symmetrischer und unsymmetrischer Laufzeitverläufe analysiert. Für die symmetrischen Laufzeitverläufe gilt die Beziehung

$$\tau_{Gg}(f) = \left[\frac{|f-f_T|}{18\text{MHz}} \right]^q \text{ ns} \quad (3.93)$$

Sie besitzen für alle Exponenten q an den Frequenzpunkten $f_T \pm 18 \text{ MHz}$ eine Laufzeit von 1 ns ¹⁾. Dagegen haben die unsymmetrischen Laufzeiten

$$\tau_{Gu}(f) = \begin{cases} -0.5 \left[\frac{|f-f_T|}{18\text{MHz}} \right]^q \text{ ns} & \forall \quad f \leq f_T \\ 0.5 \left[\frac{|f-f_T|}{18\text{MHz}} \right]^q \text{ ns} & \forall \quad f \geq f_T \end{cases} \quad (3.94)$$

an den Frequenzstellen $f_T \pm 18 \text{ MHz}$ den Wert $\pm 0.5 \text{ ns}$. Die Verzerrungsleistung wird für die in Gl.(3.93) und Gl.(3.94) angegebenen Laufzeitverläufe für $q = 1, 2, 3, \dots, 12$ bestimmt. Die Berechnungen werden am Beispiel des Richtfunksystems FM 2700 durchgeführt. Der AM/PM-Konversionsfaktor beträgt $10^\circ/\text{dB}$.

Analyseergebnisse

In Bild 3.21 sind die Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen, die sich bei unsymmetrischen Laufzeitverläufen τ_{Gu} für $q = 1, 3$ und bei symmetrischen Laufzeitverläufen τ_{Gg} für $q = 2, 4$ ergeben, graphisch dargestellt.

¹⁾ Diese Festlegung wurde aus [3] übernommen um einen Vergleich der Rechenergebnisse zu ermöglichen

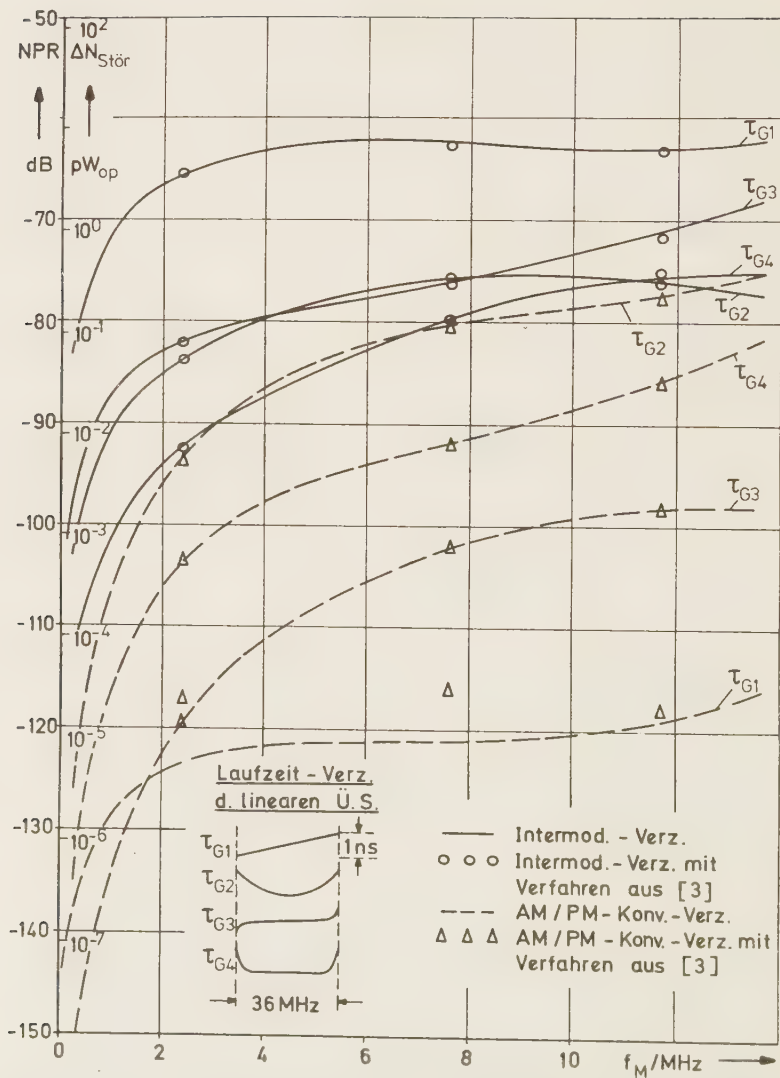


Bild 3.21: Intermodulationsverzerrungen und AM/PM-Konversionsverzerrungen beim Richtfunksystem FM 2700

Die eingetragenen Kurven geben die Gesamtverzerrungen in den einzelnen Sprachkanälen, die aus quadratischen und kubischen Anteilen bestehen, an. Zusätzlich sind in das Bild noch die Ergebnisse, die mit dem in [3] angegebenen Verfahren berechnet wurden, für drei Frequenzpunkte eingetragen. Abgesehen von Abweichungen, die bei sehr kleinen Störleistungen durch numerische Ungenauigkeiten auftreten, stimmen die Analyseergebnisse beider Verfahren sehr gut überein.

Die Intermodulationsverzerrungsleistungen für alle untersuchten typischen Laufzeitverläufe sind in Bild 3.22 und Bild 3.23 nochmals eingetragen. Dabei wurde eine Darstellung gewählt, durch welche die Abhängigkeit der Intermodulationsverzerrungsleistung in den verschiedenen Meßkanälen vom Grad q des Laufzeitverlaufs deutlich wird. Das obere Diagramm (Bild 3.22) zeigt die Analyseergebnisse für $\tau_{G_g}(f)$ ($q = 2, 3, \dots, 12$), das untere Diagramm (Bild 3.23) für $\tau_{G_u}(f)$ ($q = 1, 2, \dots, 12$).

Die Untersuchungen ermöglichen folgende Aussagen:

- a) Unabhängig vom Grad q des Laufzeitverlaufs ist die Intermodulationsverzerrungsleistung im obersten Meßkanal am größten. Sie nimmt mit abnehmender Meßkanal-Mittelfrequenz monoton ab. Dem obersten Meßkanal ist bei der Systemauslegung somit besondere Aufmerksamkeit zu schenken. Durch geeignete Dimensionierung der Systembausteine (z.B. Laufzeitentzerrer, vgl. Beispiel 3.6.2.2) muß die Verzerrungsleistung in den verschiedenen Meßkanälen gleichmäßig gemacht werden.
- b) Der dominierende Verzerrungsleistungsbeitrag durch eine Laufzeitschräglage wird deutlich. Diese ist zu vermeiden. Allgemein muß die Laufzeit in der Umgebung der Trägerfrequenz besonders gut entzerrt werden.

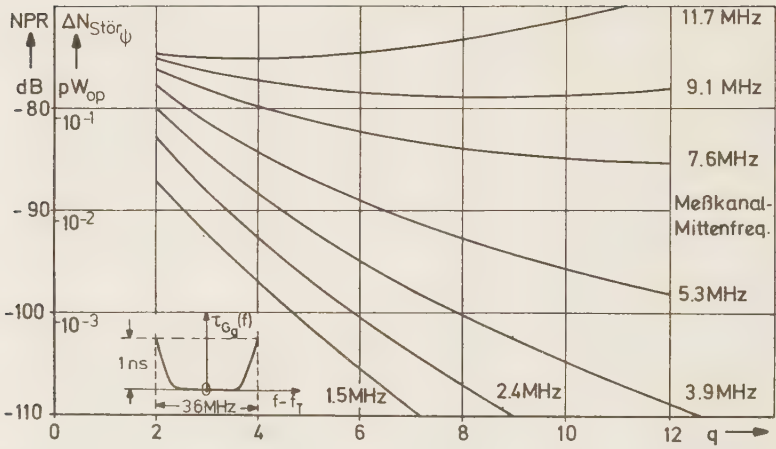


Bild 3.22: Intermodulationsverzerrungen beim Richtfunksystem FM 2700 für gerade Laufzeitverläufe

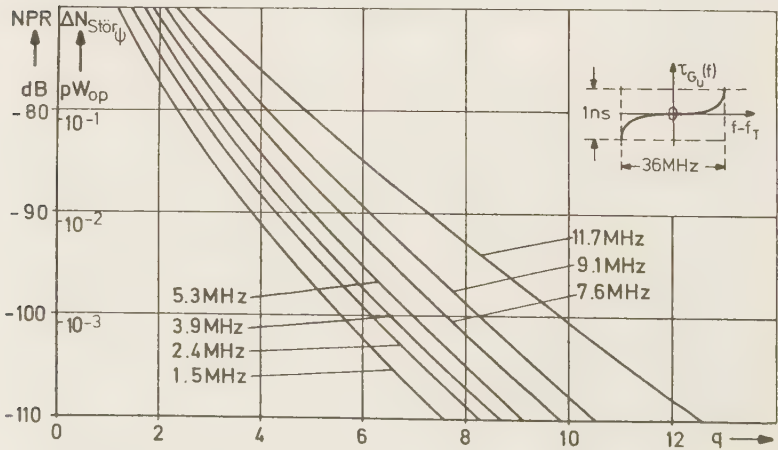


Bild 3.23: Intermodulationsverzerrungen beim Richtfunksystem FM 2700 für ungerade Laufzeitverläufe

c) Ungerade Laufzeitanteile mit großem Exponenten q sind unkritisch. Dagegen ergeben sich durch gerade Anteile mit großem q besonders in den oberen Meßkanälen große Verzerrungsleistungsbeiträge. Diese können durch eine ausreichend breitbandige Entzerrung verringert werden.

Weitere Aussagen, die sich durch Vergleich verschiedener FM-Systeme ergeben, sind in [3] zu finden.

3.6.2.2. Optimale Laufzeitentzerrung eines ZF-Filters für das Richtfunksystem FM 2700

Aufgabenstellung

Die Gruppenlaufzeit des realen ZF-Filters aus Beispiel 3.6.1.4 ist in Bild 3.24 aufgezeichnet. Befindet sich dieses Filter im Übertragungsweg des Richtfunksystems FM 2700, so entstehen infolge seiner linearen Laufzeitverzerrungen große Verzerrungsleistungsbeiträge in den einzelnen Sprachkanälen. Diese Intermodulationsverzerrungsleistung ist in Bild 3.25 dargestellt. Sie beträgt im oberen Meßkanal ca. 7.9 pW. Im Vergleich dazu werden durch die Dämpfungsverzerrungen des betrachteten ZF-Filters im gleichen Meßkanal nur 0.17 pW Störleistung erzeugt (vgl. Beispiel 3.6.1.4). Somit liefert die durch Laufzeitverzerrungen verursachte Störleistung den überwiegenden Anteil. Zur Verbesserung der Übertragungsqualität des Systems soll deshalb die Gruppenlaufzeit des ZF-Filters mit einem Allpaß vom Grad 2 entzerzt und die im Basisband auftretende Intermodulationsverzerrungsleistung minimiert werden.

Dazu wurde zunächst die vorgegebene Gruppenlaufzeit mit verschiedenen Allpässen so entzerzt, daß die mittlere quadratische Abweichung zwischen der entzerzten und der mittleren Laufzeit innerhalb einer vorgegebenen Bandbreite B_E minimal wird. B_E wurde dabei zwischen 24 MHz und 42 MHz mit einer Schrittweite von 6 MHz variiert. Die so entzerzten

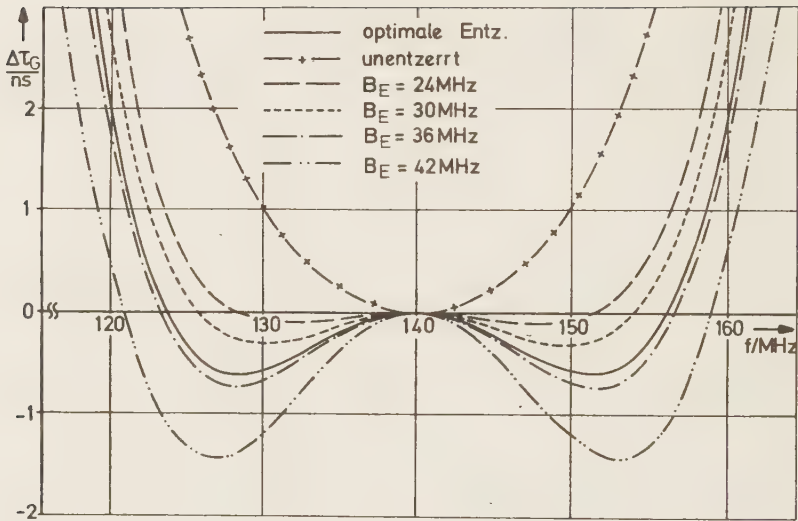


Bild 3.24: Gruppenlaufzeit des ZF-Filters mit und ohne Entzerrung

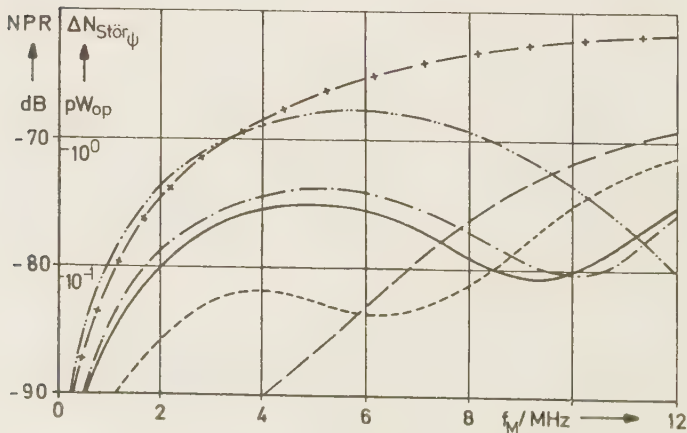


Bild 3.25: Intermodulationsverzerrungsleistung für entzerrte und unentzerrte Gruppenlaufzeit des ZF-Filters

Gruppenlaufzeitverläufe des ZF-Filters sind in Bild 3.24 dargestellt. Für einen besseren Vergleich der Laufzeitkurven untereinander wurde eine Verschiebung um ihren jeweiligen Wert bei der Frequenz 140 MHz durchgeführt.

Ergebnisse

In Bild 3.25 sind die Störleistungen in den einzelnen Sprachkanälen dargestellt, die sich für die verschiedenen, entzerrten Laufzeitverläufe aus Bild 3.24 ergeben. Man erkennt, daß durch eine Laufzeitentzerrung innerhalb der Bandbreite $B_E = 36$ MHz ein günstiger Störleistungsverlauf entsteht.

Da die Güte des Systems durch die maximale Störleistung bestimmt wird, ist nicht die Laufzeit, sondern diese maximale Störleistung das sinnvolle Optimierungskriterium für die Auslegung des Allpasses. Der optimale Störleistungsverlauf in Bild 3.25 ergibt sich deshalb durch Minimierung der maximalen Störleistung im gesamten Basisbandbereich. Zur Minimierung der maximalen Störleistung wird ein "Linear Search"-Verfahren verwendet, das ohne Ableitungen der Zielfunktion nach den zu optimierenden Allpaß-Parametern auskommt.

Die optimal entzerrte Laufzeitkurve ist in Bild 3.24 eingetragen. Gegenüber der unentzerrten Gruppenlaufzeit ergibt sich durch die optimale Laufzeitentzerrung eine Reduzierung der Intermodulationsverzerrungsleistung im obersten Kanal um ca. 13 dB. Der durch Laufzeitverzerrungen erzeugte Verzerrungsleistungsanteil in diesem Kanal ist jedoch noch etwa doppelt so groß wie derjenige Anteil, der durch den in Beispiel 3.6.1.4 berechneten Einfluß der Dämpfungsverzerrungen entsteht. Das Optimierungsergebnis zeigt ferner, daß durch richtige Auslegung der Laufzeitentzerrer eine Vergleichmäßigung der durch Intermodulationseffekte in den

Sprachkanälen erzeugten Verzerrungsleistung im gesamten Basisband-Frequenzbereich möglich ist.

3.6.3. Berechnung der Intermodulationsverzerrungen eines realen ZF-Filters für das Richtfunksystem FM 2700

Aufgabenstellung

Bild 3.26 zeigt den Dämpfungs- und Laufzeitverlauf des in den Beispielen 3.6.1.4 und 3.6.2.2 betrachteten realen ZF-Filters. Außerdem ist in das Bild noch der Laufzeitverlauf bei optimaler Entzerrung der Laufzeit mit einem Allpaß nach Beispiel 3.6.2.2 eingetragen. Zur übersichtlichen Darstellung wurden beide Laufzeitkurven jeweils um eine geeignet gewählte Grundlaufzeit verschoben. Der Beitrag des Dämpfungsverlaufs des ZF-Filters zu den nichtlinearen Signalverzerrungen wurde in Beispiel 3.6.1.4 analysiert. Die dadurch hervorgerufenen Verzerrungen waren gering im Vergleich zum Beitrag des unentzerrten Laufzeitfrequenzgangs, der in Beispiel 3.6.2.2 berechnet wurde. Die Störleistung, die durch die Gruppenlaufzeit des ZF-Filters verursacht wird, konnte allerdings in diesem Beispiel durch eine geeignete Laufzeitentzerrung stark reduziert werden.

Beim Einsatz des realen Filters zur spektralen Begrenzung des FM-Signals auf der Sendeseite oder zur Rausch- und Nachbarkanalunterdrückung bei Frequenzmultiplexbetrieb auf der Empfangsseite, tragen Dämpfungs- und Laufzeitverzerrungen gemeinsam zur Störleistung in den einzelnen Sprachkanälen bei. Eine Analyse der Verzerrungsleistung unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Dämpfungs- und Laufzeitverzerrungen ist deshalb von Interesse. Es sollen dabei die folgenden beiden Fälle untersucht werden:

- a) Analyse der Intermodulationsverzerrungen des realen ZF-Filters für den in Bild 3.26 angegebenen Verlauf der Dämpfung und der unentzerrten Laufzeit.

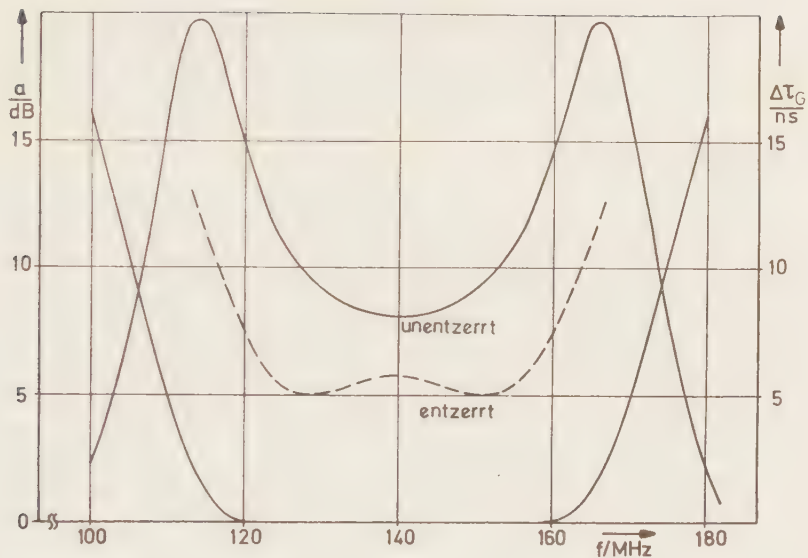


Bild 3.26: Dämpfung und Gruppenlaufzeit (entzerrt und unentzerrt) des realen ZF-Filters

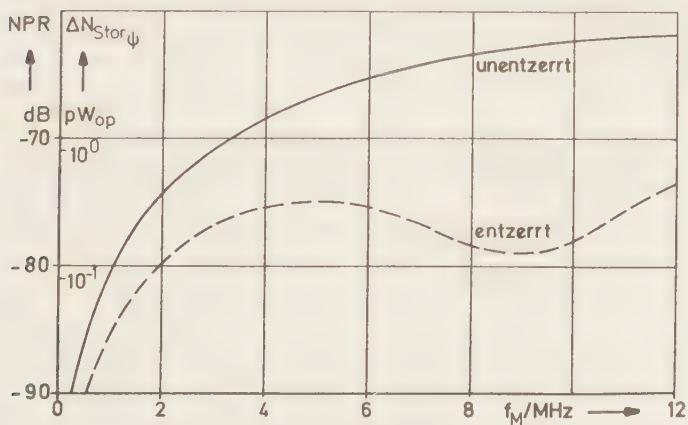


Bild 3.27: Intermodulationsverzerrungen des realen ZF-Filters für entzerrte und unentzerrte Laufzeit

- b) Analyse der Intermodulationsverzerrungen für dasselbe Filter, wobei in diesem Fall jedoch die entzerrte Laufzeitkurve in Bild 3.26 berücksichtigt werden soll.

Analyseergebnisse

In Bild 3.27 sind die in einem unbelegten Fernsprechanal auftretenden Störleistungen eingetragen, die sich für das System FM 2700 ergeben. Die obere Kurve gilt für Fall a), die untere Kurve für Fall b). Ein Vergleich mit den entsprechenden Kurven für entzerrte und unentzerrte Laufzeit in Beispiel 3.6.2.2, die für idealen Dämpfungsverlauf ($a = 0$) gelten, zeigt, daß sich der Einfluß der Dämpfungsverzerrungen bei unentzerrter Laufzeit fast gar nicht, bei entzerrter Laufzeit nur schwach bemerkbar macht. Die Analyse der Verzerrungen des ZF-Filters verdeutlicht, daß die Laufzeit die wesentlichen Störleistungsanteile verursacht und daher sorgfältig entzerrt werden muß. Der Beitrag des Dämpfungsverlaufs zu den nichtlinearen Verzerrungen kann dagegen durch Wahl einer genügend großen Durchlaßbandbreite und Realisierung eines glatten Dämpfungsverlaufs im Durchlaßbereich klein gehalten werden. Die sorgfältige Auslegung und Entzerrung des ZF-Filters ermöglicht eine Signalübertragung mit hoher Güte.

3.6.4. Untersuchung der Korrelation zwischen den Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen

3.6.4.1. Korrelationsfreiheit bei symmetrischer Übertragungsstrecke

In Gl.(3.78) wurde eine Formel für die Gesamtverzerrungen der Übertragungsstrecke, bestehend aus Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungsanteilen, angegeben. Das dort auftretende Kreuzleistungsglied stellt ein Maß für die Korrelation zwischen beiden Verzerrungsanteilen dar.

In Kapitel 3.5.2 wurde gezeigt, daß es für symmetrische Übertragungsstrecken verschwindet. Die Gesamtverzerrungen ergeben sich dann aus der Summe von Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen:

$$\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M) = \Delta N_{\text{Stör}\psi}(\omega_M) + \Delta N_{\text{Stör}\eta}(\omega_M) \quad (3.95)$$

In Bild 3.28 wurden für symmetrische Dämpfungsverzerrungen $a_g(f) = 0.1 \left[\frac{f-f_T}{18\text{MHz}} \right]^4$ dB der Übertragungsstrecke die Intermodulationsverzerrungen $\Delta N_{\text{Stör}\psi}(\omega_M)$, die AM/PM-Konversionsverzerrungen $\Delta N_{\text{Stör}\eta}(\omega_M)$ für den konstanten AM/PM-Konversionsfaktor $\theta_0 = 1^\circ/\text{dB}$ und die Gesamtverzerrungen $\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M)$ für das System FM 2700 bei 3 dB Überpegel angegeben. Die aufgetragenen Kurven in Bild 3.28 für die verschiedenen Verzerrungsanteile bestätigen unmittelbar den in Gl.(3.95) angegebenen Zusammenhang.

3.6.4.2. Kompensation nichtlinearer Verzerrungen durch Ausnutzung der Korrelation

Nichtlineare Verzerrungen, die durch Dämpfungsverzerrungen des ZF-Filters und AM/PM-Konversion verursacht werden, können durch eine "äquivalente" Laufzeitverzerrung des ZF-Filters kompensiert werden [19].

Kurve 1 in Bild 3.29 zeigt die Verzerrungsleistung für das System FM 1800, die infolge einer Laufzeitschräglage des ZF-Filters von 2 nsec/10 MHz erzeugt wird. Nahezu derselbe Störleistungsverlauf ergibt sich durch die quadratische Dämpfungsverzerrung des ZF-Filters $a_g(f) = \left[\frac{f-f_T}{10\text{ MHz}} \right]^2$ dB und anschließende AM/PM-Konversion mit $\theta_0 = -3.6^\circ/\text{dB}$ (Kurve 2). Sind beide Verzerrungsursachen gleichzeitig wirksam, so tritt nahezu eine vollständige Kompensation der Verzerrungsleistungsanteile auf.

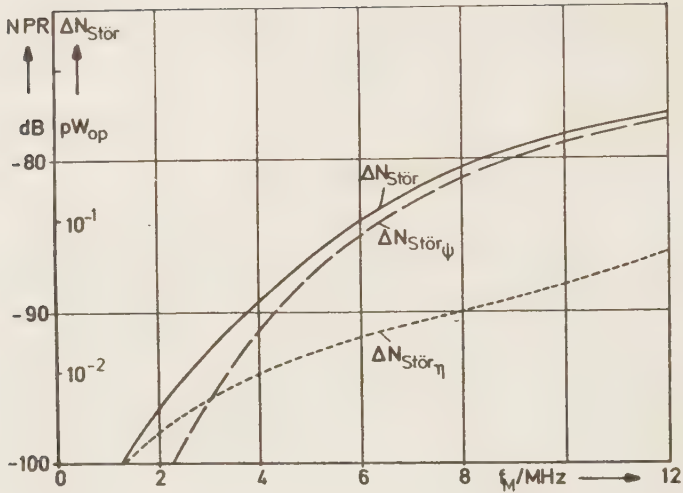


Bild 3.28: Zur Bestätigung der Störleistungsaddition bei symmetrischer Übertragungsstrecke (FM 2700, 3 dB Überpegel)

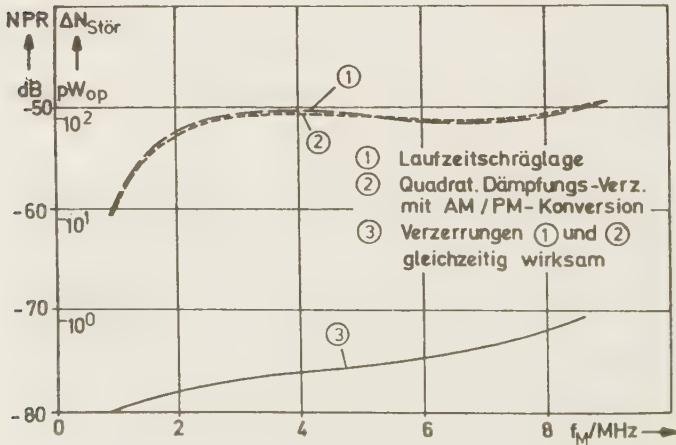


Bild 3.29: Kompensation nichtlinearer Verzerrungen (System FM 1800, Normalpegel)

4. Der Einfluß der WandlungsfILTER

Die bisher durchgeführten Untersuchungen über nichtlineare Verzerrungen in FM-Systemen setzen einen idealen Demodulationsprozess voraus. Reale Demodulatoren verursachen dagegen nichtlineare Verzerrungen, die bei ideal vorausgesetzten Hüllkurven-Demodulatoren maßgeblich von den FM/AM-Wandlungsfiltern bestimmt werden.

Realisierungsmöglichkeiten der WandlungsfILTER werden in Kap. 4.1 angegeben. Das Ziel von Kap. 4.2 ist die exakte Ableitung der nichtlinearen Demodulationsverzerrungen. An Beispielen wird der Zusammenhang zwischen dem Betrags- und Laufzeitverlauf der WandlungsfILTER und den nichtlinearen Verzerrungen angegeben.

4.1. Realisierung und Dimensionierung von Gegentakt- Flankendemodulatoren

Der FM-Demodulator soll aus dem frequenzmodulierten ZF-Signal das Basisbandsignal möglichst unverzerrt zurückgewinnen. In Richtfunksystemen werden dazu überwiegend Demodulatoren verwendet, in denen das FM-Signal zunächst mit Hilfe eines Netzwerks, dem sog. FM/AM-WandlungsfILTER, in ein amplitudenmoduliertes Signal umgewandelt wird. Das gewünschte niederfrequente Basisbandsignal kann daraus durch asynchrone AM-Demodulation wiedergewonnen werden.

In Bild 4.1 ist das Blockschaltbild eines Flankendemodulators aufgezeichnet. Das vom Begrenzer kommende ZF-Signal wird dem sog. FM/AM-WandlungsfILTER zugeführt, dessen Betragsverlauf im Bereich der Trägerfrequenz eine lineare Frequenzabhängigkeit aufweisen soll. Infolgedessen ist

der Ausgangsspannung des Wandlungsfilters das Basisband-signal als Amplitudenmodulation aufgeprägt.

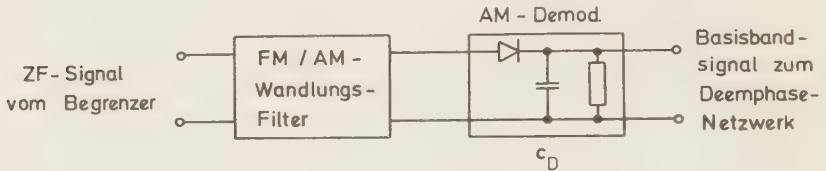


Bild 4.1: Prinzipieller Aufbau eines Flankendemodulators

Dem Wandlungsfiler folgt ein AM-Demodulator, der in dieser Arbeit als idealer Hüllkurven-Demodulator mit der Demodulatorkonstanten c_D angenommen werden soll. Sein niederfrequentes Ausgangssignal ist nur noch der im Wandlungsfiler erzeugten Amplitudenmodulation proportional und wird nach einer eventuell notwendigen Verstärkung dem Deemphase-Netzwerk zugeführt.

Setzt man einen idealen Hüllkurven-Demodulator voraus, so muß zur verzerrungsfreien Demodulation die Laufzeit des Wandlungsfilters konstant und der Betragsverlauf durch eine Gerade mit der Steigung S_m darstellbar sein. Dieses ideale Wandlungsfiler ist nicht realisierbar. Durch reale Filter können die gestellten Forderungen nur approximativ in der Umgebung der Trägerfrequenz erfüllt werden. Im einfachsten Fall kann der Betragsverlauf innerhalb eines symmetrisch zur Trägerfrequenz liegenden Frequenzbereichs der Breite B_{DG} durch die Flanke eines Schwingkreises angenähert werden (sog. Demodulationsflanke). Bild 4.2 zeigt den frequenzabhängigen Betragsverlauf $A(f)$ eines solchen Wandlungsfilters. Außerdem ist in das Bild noch der mittlere Verlauf von $A(f)$ innerhalb der Bandbreite B_{DG} eingetragen. Er wird durch eine Gerade mit der Steigung S_m dargestellt und stimmt innerhalb der betrachteten Bandbreite mit dem Betragsverlauf des idealen Wandlungsfilters überein. S_m ist als

arithmetisches Mittel zwischen der maximalen und minimalen Flankensteilheit des realen Filters innerhalb B_{DG} definiert.

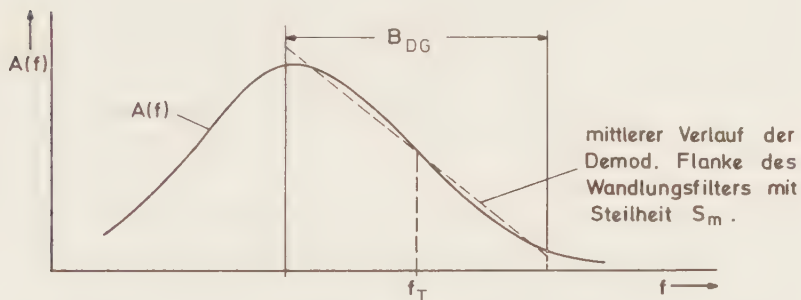


Bild 4.2: Typischer Betragsverlauf $A(f)$ eines FM/AM-Wandlungsfilters beim Flankendemodulator

Als Maß für den Fehler, der bei der Approximation der Betragskurve des idealen Wandlungsfilters durch ein reales Filter auftritt, führen wir die frequenzabhängige Größe

$$DG(f) = \frac{\frac{dA(f)}{df} - S_m}{S_m} \quad (4.1)$$

ein. Sie gibt den frequenzabhängigen Verlauf der relativen Abweichung der differentiellen Steigung des Betrags $A(f)$ des realen Wandlungsfilters von der mittleren Steigung S_m an. Für eine ideale Demodulationsflanke ist $DG(f) = 0$. Zur Vermeidung unerwünschter quadratischer Intermodulationsverzerrungen ist ein bezüglich der Trägerfrequenz f_T symmetrischer Verlauf von $DG(f)$ wünschenswert.

Bei idealer Hüllkurven-Demodulation ist $DG(f)$ identisch mit der sog. differentiellen Verstärkung des Demodulators. In der Richtfunk-Meßtechnik wird dafür häufig der Ausdruck "Differential Gain" verwendet. Die Messung der differentiellen Verstärkung gehört zu den gebräuchlichen Verzerrungs-Meßmethoden bei Richtfunksystemen [58], [59].

Im Demodulator dürfen bei der Umwandlung der zeitabhängigen Frequenz in eine zeitabhängige Spannung nur äußerst geringe nichtlineare Verzerrungen entstehen. Deshalb verwendet man üblicherweise bei Richtfunksystemen nicht den in Bild 4.1 gezeichneten Flankendemodulator sondern betreibt zwei derartige Demodulatoren im Gegentakt. Damit erhält man den in Bild 1.1 dargestellten Gegentakt-Flankendemodulator (GFD). Im Prinzip besteht dieser somit aus zwei Flankendemodulatoren, wobei durch die Zusammenschaltung die nichtlinearen Verzerrungen vermindert werden. Die geradzahligen Oberwellen kompensieren sich weitgehend. Durch den Gegentakt-Betrieb wird die Steilheit der Demodulationsflanke erhöht. Außerdem ergibt sich durch Kompensationseffekte eine Verringerung der Temperaturabhängigkeit der Schaltung gegenüber dem Flankendemodulator.

In der Praxis werden bei den breitbandigen FM-Richtfunksystemen, die in dieser Arbeit betrachtet werden, wegen der genannten Vorteile überwiegend Gegentakt-Flankendemodulatoren verwendet. Die sich anschließende Berechnung der Demodulatoren beschränkt sich deshalb auf diesen Typ.

4.1.1. Realisierungsmöglichkeiten

4.1.1.1. 2-Kreis-Gegentakt-Flankendemodulatoren

In Bild 4.3 ist das Blockschaltbild eines 2-Kreis-Gegentakt-Flankendemodulators aufgezeichnet.

Das Eingangssignal $u_3(t)$ und das Ausgangssignal $d(t)$ sind mit den in Bild 1.1 angegebenen Eingangs- und Ausgangsgrößen des FM-Demodulators identisch. Für die Rechnung werden gleiche Verstärkungskonstanten c_D^I bzw. c_D^{II} der beiden Hüllkurven-Demodulatoren angenommen:

$$c_D^I = c_D^{II} = c_D \quad (4.2)$$

Beim 2-Kreis-GFD bestehen die FM/AM-Wandlungsfiler jeweils aus einem RLC-Parallelschwingkreis, dessen Resonanzfrequenz für das eine Filter unterhalb und für das andere oberhalb der Trägerfrequenz liegt. Die Demodulationsflanke wird mit Hilfe der beiden Schwingkreise erzeugt. Der Verlauf der Flanke ist von den Resonanzfrequenzen und den Schwingkreislücken abhängig.

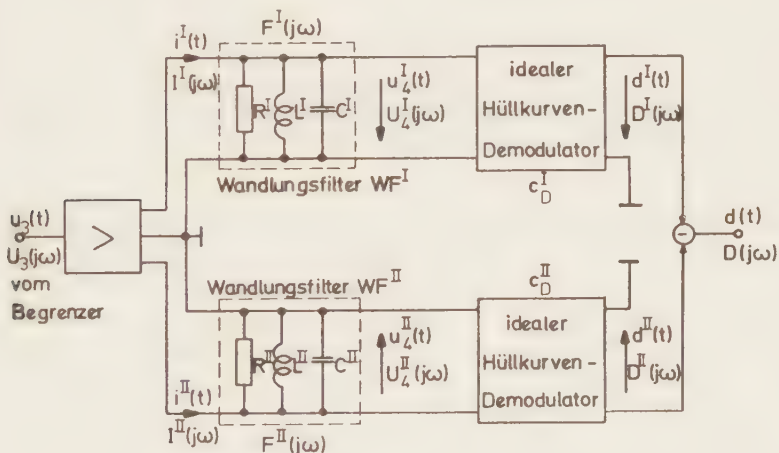


Bild 4.3: 2-Kreis-Gegentakt-Flankendemodulator

Den Parallelschwingkreisen werden die Ausgangsströme $i^I(t)$ und $i^{II}(t)$ eines Verstärkerbausteins eingeprägt. $i^I(t)$ und $i^{II}(t)$ sind dem ZF-Signal $u_3(t)$ am Eingang des Verstärkers proportional. Dieser muß so ausgelegt sein, daß beide Ströme voneinander entkoppelt, lastunabhängig und gleich sind. Unter diesen Voraussetzungen entsteht bei richtiger Dimensionierung der Schwingkreise der gewünschte lineare Zusammenhang zwischen der Differenz von Momentanfrequenz und Trägerfrequenz des ZF-Signals und der Ausgangsspannung des Demodulators.

Die Berechnung der differentiellen Verstärkung des 2-Kreis-Gegentakts-Flankendemodulators erfolgt nach Gl.(4.1). Infolge der Gegentaktschaltung muß dabei jedoch $A(f)$ durch die Differenz $A_2^I(f) - A_2^{II}(f)$ der Betragskurven der beiden Wandlungsfiler ersetzt werden. Entsprechend ergibt sich die mittlere Flankensteilheit S_m aus der Differenz $S_{m2}^I - S_{m2}^{II}$ der mittleren Flankensteilheiten der einzelnen Kreise. Die Beziehung für die differentielle Verstärkung des 2-Kreis-GFD lautet somit:

$$DG_2(f) = \frac{\frac{d}{df} [A_2^I(f) - A_2^{II}(f)]}{S_{m2}^I - S_{m2}^{II}} - [S_{m2}^I - S_{m2}^{II}] \quad (4.3)$$

Die Betragskurven $A_2^i(f)$ ($i = I, II$) der beiden Wandlungsfiler können aus Gl.(4.4) berechnet werden:

$$A_2^i(f) = \left| \frac{U_4^i(j\omega)}{I^i(j\omega)} \right| = R^i \frac{1}{\sqrt{1 + (Q^i v^i)^2}} \quad (i = I, II) \quad (4.4)$$

Sie sind vom Parallelwiderstand R^i , der Schwingkreisgüte

$$Q^i = \frac{R^i}{\omega^i L^i} \quad (4.5)$$

und der Verstimmung

$$v^i = \frac{f}{f} - \frac{f}{f^i} \quad (4.6)$$

abhängig. Für die Resonanzfrequenz der beiden Schwingkreise gilt die Beziehung

$$f^i = \frac{\omega^i}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \sqrt{L^i C^i}} \quad (4.7)$$

In den Gln.(4.4) - (4.7) bezieht sich der obere Index $i = I$ auf das WandlungsfILTER I und $i = II$ auf das WandlungsfILTER II.

Wegen des günstigeren Verhaltens des Demodulators bei temperaturbedingten Schwankungen der Schaltelemente werden normalerweise die mittleren Flankensteilheiten der beiden WandlungsfILTER so gewählt, daß die Beziehung

$$S_{m2}^I = -S_{m2}^{II} \quad (4.8)$$

erfüllt ist. Diese Wahl der mittleren Flankensteilheiten wurde auch sämtlichen durchgeführten Rechnungen zugrundegelegt.

Für $S_{m2}^I = -S_{m2}^{II}$ läßt sich $DG_2(f)$ aus Gl.(4.3) in zwei voneinander unabhängige Anteile zerlegen:

$$DG_2(f) = \frac{1}{2} [DG_2^I(f) + DG_2^{II}(f)] \quad (4.9)$$

Die beiden Teilfunktionen

$$DG_2^i(f) = \frac{\frac{dA_2^i(f)}{df} - S_{m2}^i}{S_{m2}^i} \quad (i = I, II) \quad (4.10)$$

werden jeweils nur vom WandlungsfILTER i ($i = I, II$) bestimmt.

Bei richtiger Auslegung der Filter hat der Verlauf von $DG_2(f)$ ein Minimum in der Nähe der Trägerfrequenz f_T und zwei dazu näherungsweise symmetrisch liegende Maxima. Die Maxima und das Minimum können verschieden stark ausgeprägt sein. Bild 4.4 zeigt einen typischen Verlauf.

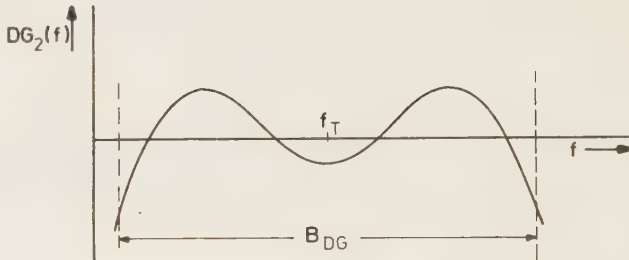


Bild 4.4: Typischer Verlauf der differentiellen Verstärkung $DG_2(f)$ des 2-Kreis-Gegentakt-Flankendemodulators

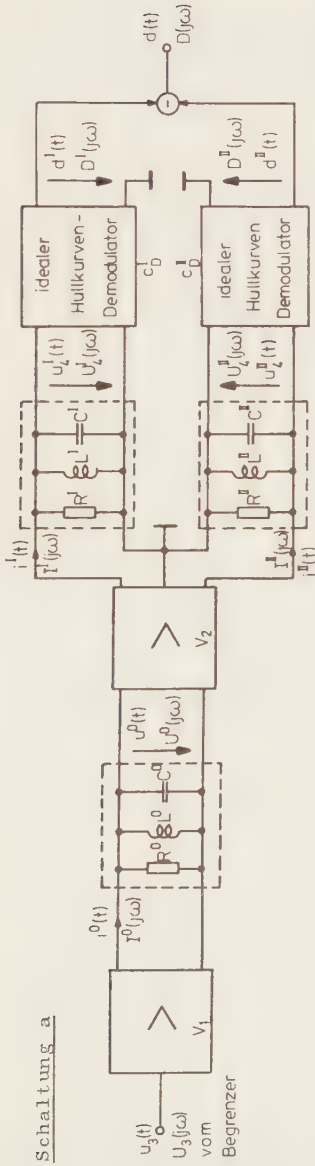
4.1.1.2. 3-Kreis-Gegentakt-Flankendemodulatoren

Erweitert man den 2-Kreis-GFD durch einen zusätzlichen, beiden Zweigen gemeinsamen Schwingkreis, so ergibt sich der 3-Kreis-GFD entsprechend Bild 4.5, Schaltung a. Wegen der Entkopplung der beiden Demodulatorzweige kann die Berechnung des 3-Kreis-GFD anhand von Schaltung b in Bild 4.5 vorgenommen werden. Bezüglich der Signaltransformation vom Eingang zum Ausgang des Demodulators sind beide Schaltungen in Bild 4.5 äquivalent. Schaltung b entspricht der des 2-Kreis-GFD aus Bild 4.3 mit geänderten Wandlungsfiltren. Entsprechend Gl.(4.3) kann deshalb für die differentielle Verstärkung des 3-Kreis-GFD die Beziehung

$$DG_3(f) = \frac{\frac{d}{df} [A_3^I(f) - A_3^{II}(f)] - [S_{m_3}^I - S_{m_3}^{II}]}{S_{m_3}^I - S_{m_3}^{II}} \quad (4.11)$$

angegeben werden. $A_3^I(f)$ und $A_3^{II}(f)$ sind die Betragskurven der beiden gekennzeichneten Wandlungsfiltren von Schaltung b in Bild 4.5. Sie besitzen die mittlere Steilheit $S_{m_3}^I$ bzw. $S_{m_3}^{II}$, wobei in der Praxis die Beziehung $S_{m_3}^I = -S_{m_3}^{II}$ entsprechend

Schaltung a



Schaltung b

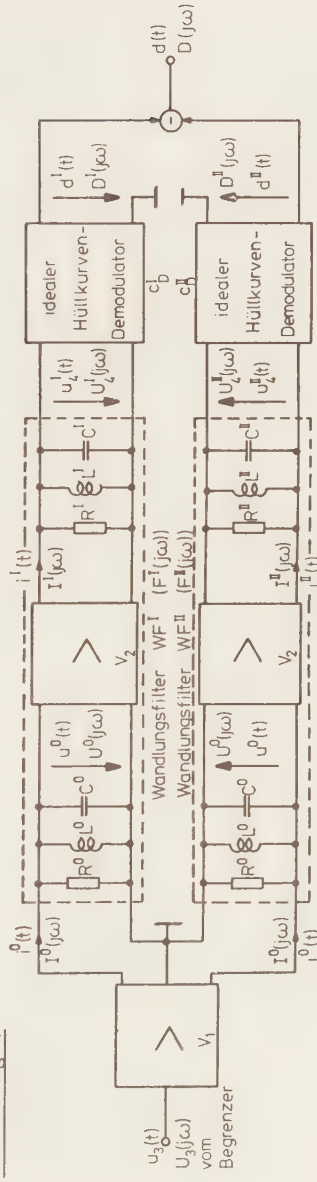


Bild 4.5: Realisierte Schaltung (Schaltung a) und dazu äquivalente Schaltung (Schaltung b) des 3-Kreis-Gegentakt-Flankendemodulators

Gl.(4.8) erfüllt ist. Für diesen Fall läßt sich analog zu Gl.(4.9) und Gl.(4.10) $DG_3(f)$ durch die Summe zweier voneinander unabhängiger Teilfunktionen $DG_3^I(f)$ bzw. $DG_3^{II}(f)$ ausdrücken.

Die Betragskurven $A_3^I(f)$ und $A_3^{II}(f)$ in Gl.(4.11) sind gegenüber dem zweikreisigen Demodulator modifiziert und lauten:

$$A_3^i(f) = \left| \frac{U_4^i(j\omega)}{I^0(j\omega)} \right| = V_2 \left| \frac{U_4^i(j\omega)}{I^i(j\omega)} \right| \left| \frac{U_4^0(j\omega)}{I^0(j\omega)} \right| \quad (4.12)$$

$$= V_2 R^0 R^i \frac{1}{\sqrt{(1 - \Omega^0 \Omega^i)^2 + (\Omega^0 + \Omega^i)^2}} \quad (i = I, II)$$

Hier ist $\Omega^i = Q_{iv}^i$ ($i = 0, I, II$) die normierte Verstimmung.

Werden die nach der Frequenz differenzierten Amplitudenkurven aus Gl.(4.12) in Gl.(4.11) eingesetzt, so ergibt sich der frequenzabhängige Verlauf der differentiellen Verstärkung $DG_3(f)$ des 3-Kreis-GFD in Abhängigkeit von den Parametern der WandlungsfILTER. Er ist unabhängig von der Verstärkungskonstanten V_2 in Gl.(4.12). Bei richtiger Dimensionierung der FILTER hat $DG_3(f)$ drei Maxima und zwei Minima, die alle näherungsweise symmetrisch zur Trägerfrequenz liegen. Bild 4.6 zeigt eine typische Kurve

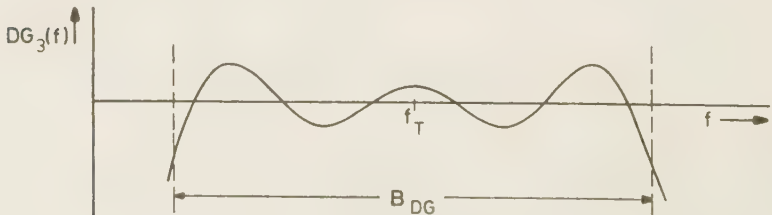


Bild 4.6: Typischer Verlauf der differentiellen Verstärkung $DG_3(f)$ des 3-Kreis-Gegentakt-Flankendemodulators

4.1.2. Dimensionierung der WandlungsfILTER

Bei der Dimensionierung der WandlungsfILTER sind folgende Punkte von Bedeutung:

- a) Die nichtlineare Verzerrungsleistung, die durch nicht-ideale Flanken- und Laufzeitverläufe der WandlungsfILTER hervorgerufen wird, soll einen vorgegebenen Wert nicht überschreiten.
- b) Die Rauschleistung, die von den WandlungsfILTERN übertragen wird und zu einer Verschlechterung des Signal/Rausch-Verhältnisses des ZF-Signals sowie des demodulierten Signals führt, soll möglichst gering sein.

Die WandlungsfILTER werden deshalb so ausgelegt, daß einerseits der Betragsverlauf $A(f)$ der Demodulationsflanke demjenigen des idealen Demodulators, d.h. einer Geraden mit der Steigung S_m , innerhalb einer vorgegebenen Bandbreite B_{DG} , nahe kommt. Andererseits muß zur Erfüllung der Forderung b) die Rauschleistung

$$N_{RZF} = \Phi_{ZF} \int_0^{\infty} |A(f)|^2 df \quad (4.13)$$

klein bleiben. Φ_{ZF} in Gl.(4.13) ist die konstante Rauschleistungsdichte am Demodulator-Eingang.

Bei einer Dimensionierung der WandlungsfILTER aufgrund der angegebenen Forderungen wird deren Laufzeit nicht berücksichtigt. Da diese jedoch, wie in Beispiel 4.2.5.2.2 gezeigt wird, einen wesentlichen Anteil zu der nichtlinearen Verzerrungsleistung beiträgt, muß sie mit Hilfe von Laufzeitentzerrern ausgeglichen werden. Diese befinden sich bei realen Systemen im allgemeinen vor dem hier betrachteten Demodulator-Baustein (z.B. vor dem Begrenzer in Bild 1.1) und sollen deshalb bei der Dimensionierung der WandlungsfILTER nicht betrachtet werden.

Ein Maß für die Abweichung der Demodulationsflanke vom idealen Verlauf ist die in Gl.(4.1) definierte differentielle Verstärkung $DG(f)$. Aus Forderungen bezüglich der nichtlinearen Störleistung lassen sich Angaben über den maximalen Betrag ΔDG der differentiellen Verstärkung innerhalb einer vorgegebenen Bandbreite B_{DG} ableiten. Bei vorgegebener Steigung der Demodulationsflanke sowie festgelegten Werten von ΔDG und B_{DG} soll nun dasjenige WandlungsfILTER gesucht werden, für welches die Rauschleistung N_{RZF} minimal wird. Diese Forderung wird durch reale WandlungsfILTER erfüllt, deren differentielle Verstärkung innerhalb der Bandbreite B_{DG} einen Tschebyscheff'schen Verlauf zeigt.¹⁾ Das bedeutet, daß bei dieser Dimensionierung sämtliche Extremwerte von $DG(f)$ innerhalb der Approximationsbandbreite betragsmäßig gleich groß sind. Ihre Beträge werden durch ΔDG festgelegt. Bei vorgegebener Approximationsbandbreite B_{DG} lassen sich Lösungen für verschiedene Rippelhöhen ΔDG finden, wobei sich mit abnehmender Rippelhöhe die Rauschbandbreite

$$B_R = \int_0^{\infty} |A^I(f) - A^{\Pi}(f)|^2 df \quad (4.14)$$

der betrachteten Gegentakt-Flankendemodulatoren und damit auch die Rauschleistung N_{RZF} vergrößert. Bild 4.7 und Bild 4.8 sollen diesen Zusammenhang nochmals verdeutlichen.

Wie man leicht einsieht, lassen sich aus einer gefundenen Lösung für die WandlungsfILTER durch Umnormierung der Schaltelemente (Änderung des Bezugswiderstands) Lösungen für jede beliebige Steilheit der Demodulationsflanke ableiten, sofern sich dabei noch sinnvolle Schaltelemente ergeben. Die Approximationsbandbreite B_{DG} , der Verlauf von $DG(f)$ und - wie aus Gl.(4.47) in Zusammenhang mit Gl.(4.28)

¹⁾ Vergleiche Beispiel 4.2.5.2.1

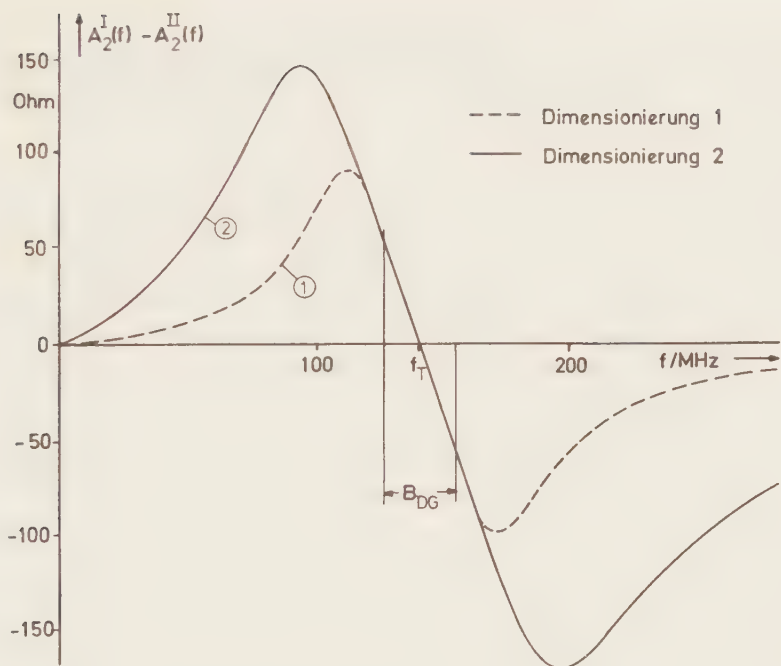


Bild 4.7: Demodulationskennlinien von 2-Kreis-Gegentakt-Flankendemodulatoren

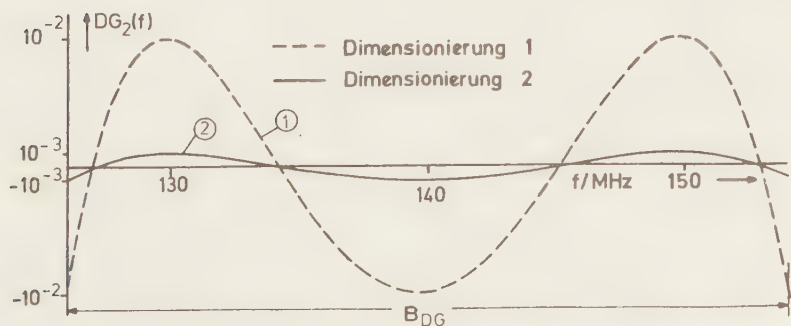


Bild 4.8: Verlauf der differentiellen Verstärkung innerhalb B_{DG}

hervorgeht - auch die nichtlineare Störleistung, bleiben bei einer Umnormierung konstant. Der Wert für die Steilheit der Demodulationsflanke ist für die weitere Rechnung deshalb unbedeutend.

Im folgenden Abschnitt wird ein Verfahren angegeben, mit dem die Schaltelemente der WandlungsfILTER so bestimmt werden können, daß innerhalb eines vorgegebenen Approximationsbereichs die Beträge der Extremwerte der differentiellen Verstärkung konstant sind¹⁾. Da die Extrema des Verlaufs von $DG(f)$ von den Netzwerkparametern abhängig sind, läßt sich ein Gleichungssystem aufstellen, mit dem die unbekannten Schaltungsparameter berechnet werden können. Infolge des nichtlinearen Zusammenhangs zwischen der differentiellen Verstärkung des Demodulators und den gesuchten Schaltelementen muß das Gleichungssystem linearisiert und die Lösung in mehreren Schritten iterativ bestimmt werden. Ein ähnliches Verfahren wurde von Jess und Schüssler in [60] zur Optimierung von Impulsformern verwendet.

Der Vorteil dieses Verfahrens ist der geringe Zeitbedarf und die exakte Einhaltung eines Toleranzschemas. Sein Nachteil besteht darin, daß es infolge der durchgeführten Linearisierung instabil werden kann.

Im folgenden Abschnitt wird das linearisierte Gleichungssystem zur Berechnung der WandlungsfILTER des 2-Kreis-Gegentakt-Flankendemodulators aufgestellt.

1) Das angegebene Rechenverfahren erlaubt darüber hinaus auch die Approximation von Kurvenverläufen für die differentielle Verstärkung mit unterschiedlichen Extrema

Iterationsverfahren zur direkten Beeinflussung der Extremwerte der differentiellen Verstärkung des 2-Kreis-Gegentakt-Flankendemodulators

Für die sechs unbekannten Schaltungsparamter der beiden Wandlungsfiler müssen sechs voneinander unabhängige Gleichungen angegeben werden. Bei bekannter Approximationsbandbreite B_{DG} erhält man fünf Gleichungen durch Vorgabe der Extrema des in Bild 4.4 skizzierten Verlaufs von $DG_2(f)$ innerhalb und an den Grenzen des Approximationsbereichs. Die sechste Gleichung ergibt sich durch die Forderung nach Gleichheit der Betragskurven der beiden Wandlungsfiler bei der Trägerfrequenz. Bei einer ausreichend genauen Anfangsnäherung kann das Gleichungssystem linearisiert und die Lösung iterativ verbessert werden.

f_{μ}^{EX} ($\mu = 1, \dots, 5$) seien die fünf Frequenzstellen, an denen die Extremwerte auftreten, f_T sei die Trägerfrequenz. Die differentielle Verstärkung an den Stellen f_{μ}^{EX} und die Differenz zwischen den Beträgen der Wandlungsfiler bei der Trägerfrequenz hängen von den sechs Schaltungsparametern P_k ($k = 1, \dots, 6$) ab. Zur Aufstellung des Gleichungssystems wird zunächst das vollständige Differential

$$d DG_2(f_{\mu}^{EX}) = \sum_{k=1}^6 \frac{\partial DG_2(P_1, \dots, P_6; f_{\mu}^{EX})}{\partial P_k} dP_k \quad (4.15)$$

für die Änderung $dDG_2(f_{\mu}^{EX})$ an den Stellen f_{μ}^{EX} bei differentieller Änderung der Schaltungsparamter P_k gebildet. Entsprechend erhält man das vollständige Differential für die Änderung der Betragsdifferenz der beiden Wandlungsfiler bei der Trägerfrequenz:

$$dA_2(f_T) = \sum_{i=1}^6 \frac{\partial A_2^I(P_1, \dots, P_6; f_T) - \partial A_2^{II}(P_1, \dots, P_6; f_T)}{\partial P_k} dP_k \quad (4.16)$$

Die sechs Schaltungsparameter P_k ($k = 1, \dots, 6$) sollen nun, ausgehend von ihren Näherungswerten, so geändert werden, daß die dadurch hervorgerufene differentielle Änderung $dDG_2(f_\mu^{EX})$ an den Frequenzstellen f_μ^{EX} und die Änderung der Betragsdifferenz $dA_2(f_T)$ bei der Trägerfrequenz, gerade der Differenz zwischen den an diesen Frequenzstellen gewünschten und tatsächlichen Werten entsprechen. Damit ergibt sich in Matrixschreibweise das Gleichungssystem¹⁾

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial DG_2(f)}{\partial P_1} \Big|_{f_1^{EX}} & \dots & \frac{\partial DG_2(f)}{\partial P_6} \Big|_{f_1^{EX}} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial DG_2(f)}{\partial P_1} \Big|_{f_5^{EX}} & \dots & \frac{\partial DG_2(f)}{\partial P_6} \Big|_{f_5^{EX}} \\ \frac{\partial}{\partial P_1} (A_2^I - A_2^{II}) \Big|_{f_T} & \dots & \frac{\partial}{\partial P_6} (A_2^I - A_2^{II}) \Big|_{f_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dP_1 \\ \vdots \\ dP_5 \\ dP_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} DG_{2w}(f_1^{EX}) - DG_2(f_1^{EX}) \\ \vdots \\ DG_{2w}(f_5^{EX}) - DG_2(f_5^{EX}) \\ A_2^{II}(f_T) - A_2^I(f_T) \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

für den unbekannten Lösungsvektor (dP) . Die neuen Schaltungsparameter ergeben sich aus der Beziehung

$$(P)_l = (P)_{l-1} + (dP)_l \quad (4.18)$$

wenn $(P)_{l-1}$ der Parametervektor für die bekannte Näherungslösung ist. Der Index l gibt die laufende Nummer des Iterationsschrittes an. Die Extremalfrequenzen f_μ^{EX} werden nach jedem Iterationsschritt neu bestimmt. Die zur Lösung von Gl.(4.17) notwendigen Matrix-Elemente können numerisch oder mit den in Kapitel 4.1.1.1 abgeleiteten Formeln analytisch bestimmt werden.

Zur Berechnung der Schaltelemente des 3-Kreis-Gegentakt-Flankendemodulators kann ein analoges Gleichungssystem

¹⁾ Die Wunschwerte der differentiellen Verstärkung werden in Gl.(4.17) durch den Index w gekennzeichnet.

aufgestellt werden. Sieben der neun notwendigen Gleichungen gewinnt man wieder durch Festlegung der sieben Extremwerte der Kurve für $DG_3(f)$ (einschließlich der Randextrema). Die achte Gleichung erhält man aus der Forderung nach Gleichheit der Betragskurven beider WandlungsfILTER bei der Trägerfrequenz. Die neunte Gleichung ergibt sich aus einer Symmetrieforderung für den Verlauf von $DG_3(f)$ bezüglich der Trägerfrequenz.

Die Ableitung des Gleichungssystems für den dreikreisigen Demodulator soll hier nicht erfolgen. Doch werden im nächsten Kapitel Kurven für die Schaltelemente der WandlungsfILTER des zwei- und dreikreisigen Demodulators angegeben, die mit diesem Verfahren berechnet wurden.

Bei anderen Konfigurationen der WandlungsfILTER läßt sich das aufgezeigte Verfahren ebenfalls anwenden.

4.1.3. Normierte Darstellung der Schaltelemente der WandlungsfILTER in Abhängigkeit von ΔDG und B_{DG}

Das angegebene Iterationsverfahren ermöglicht eine schnelle Berechnung der Schaltelemente der WandlungsfILTER in Abhängigkeit vom Maximalwert ΔDG der differentiellen Verstärkung und der Approximationsbandbreite B_{DG} . Bild 4.9 zeigt einen approximierten Verlauf der differentiellen Verstärkung für den 2-Kreis-GFD und für den 3-Kreis-GFD. Sämtliche Extrema sind betragsmäßig gleich groß. Die berechneten WandlungsfILTER, deren Schaltelemente in den Bildern 4.10 - 4.15 grafisch dargestellt sind, besitzen die in Bild 4.9 angegebenen Kurvenverläufe für $DG_2(f)$ bzw. $DG_3(f)$.

Die vorausgesetzten und der Rechnung zugrundegelegten Eigenschaften der WandlungsfILTER sind:

- Bei der Trägerfrequenz haben die Filter in beiden Demodulatorzweigen denselben Betrag, d.h. $A^I(f_T) = A^{II}(f_T)$.
- Die Flankensteilheiten der beiden WandlungsfILTER sind entgegengesetzt gleich, d.h. $S_m^I = -S_m^{II}$.

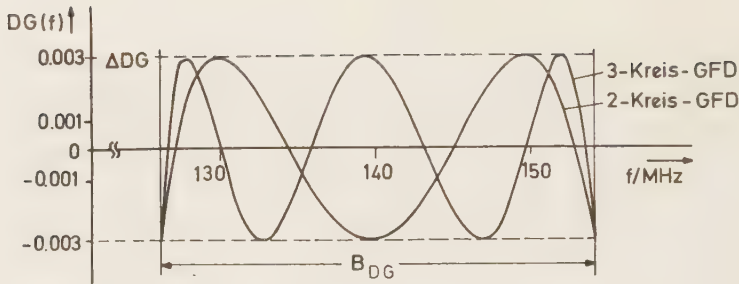


Bild 4.9: Optimierte Verläufe von $DG_2(f)$ und $DG_3(f)$ für $B_{DG} = 28 \text{ MHz}$, $\Delta DG = 0.003$ ($f_T = 140 \text{ MHz}$)

Normierung

Die angegebenen Schaltelemente sind normiert. Es gelten folgende Beziehungen zwischen den normierten (R_N, L_N, C_N) und realen (R, L, C) Schaltelementen:

$$R_N = \frac{1}{2|S_m^I| f_T} R \quad (4.19)$$

$$L_N = \frac{2\pi}{2|S_m^I|} L \quad (4.20)$$

$$C_N = 2\pi \cdot 2|S_m^I| f_T^2 C \quad (4.21)$$

$2|S_m^I| = 2|S_m^{II}|$ ist der Betrag der mittleren Steilheit der resultierenden Demodulationsflanke beider Wandlungsfiler innerhalb der normierten Approximationsbandbreite

$$B_N = \frac{B_{DG}}{f_T} \quad (4.22)$$

Die bisher erläuterten Eigenschaften der optimierten Wandlungsfiler sowie die Normierung gelten sowohl für den 2-Kreis-GFD als auch für den 3-Kreis-GFD.

Die normierten Schaltelemente der Wandlungsfiler sind für den 2-Kreis-GFD in den Bildern 4.10 - 4.12 und für den 3-Kreis-GFD in den Bildern 4.13 - 4.15 in Abhängigkeit von ΔDG aufgetragen. Parameter ist die normierte Approximationsbandbreite B_N .

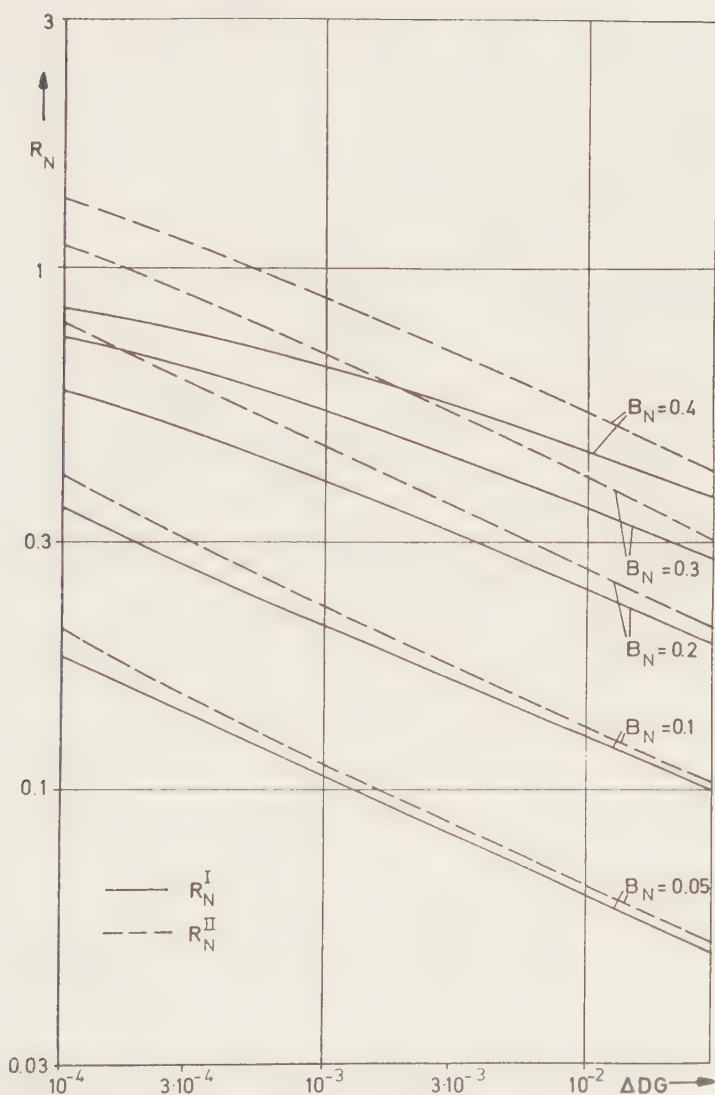


Bild 4.10: Normierter Parallelwiderstand R_N^i ($i = I, II$) für 2-Kreis-GFD

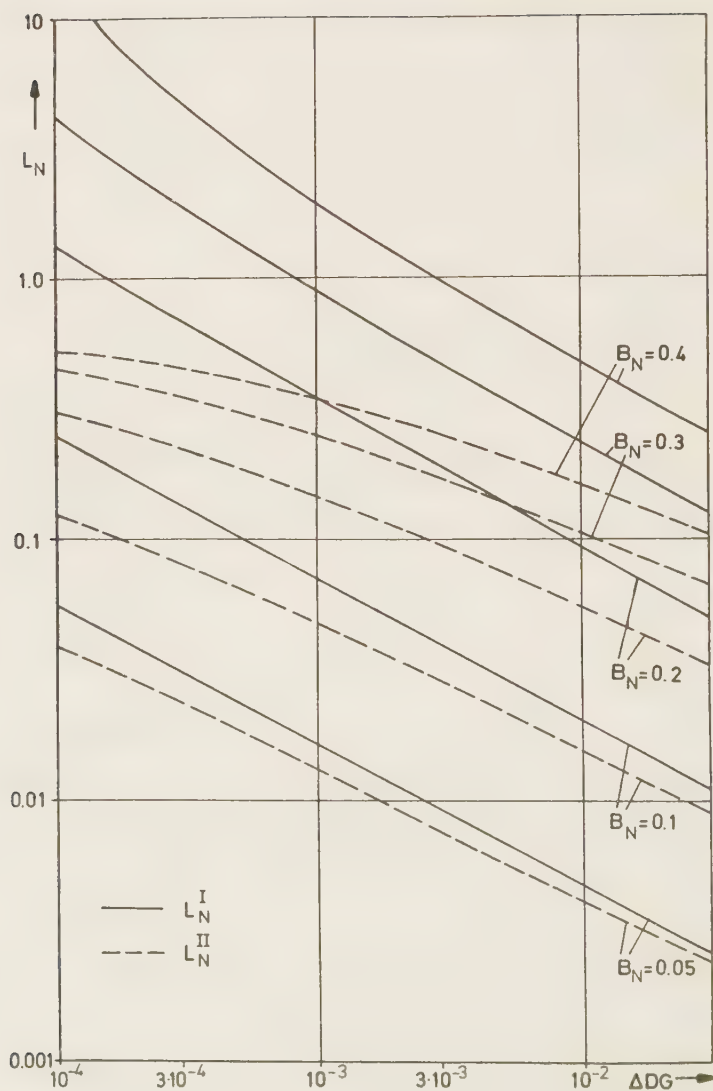


Bild 4.11: Normierte Induktivität L_N^i ($i = I, II$) für
2-Kreis-GFD

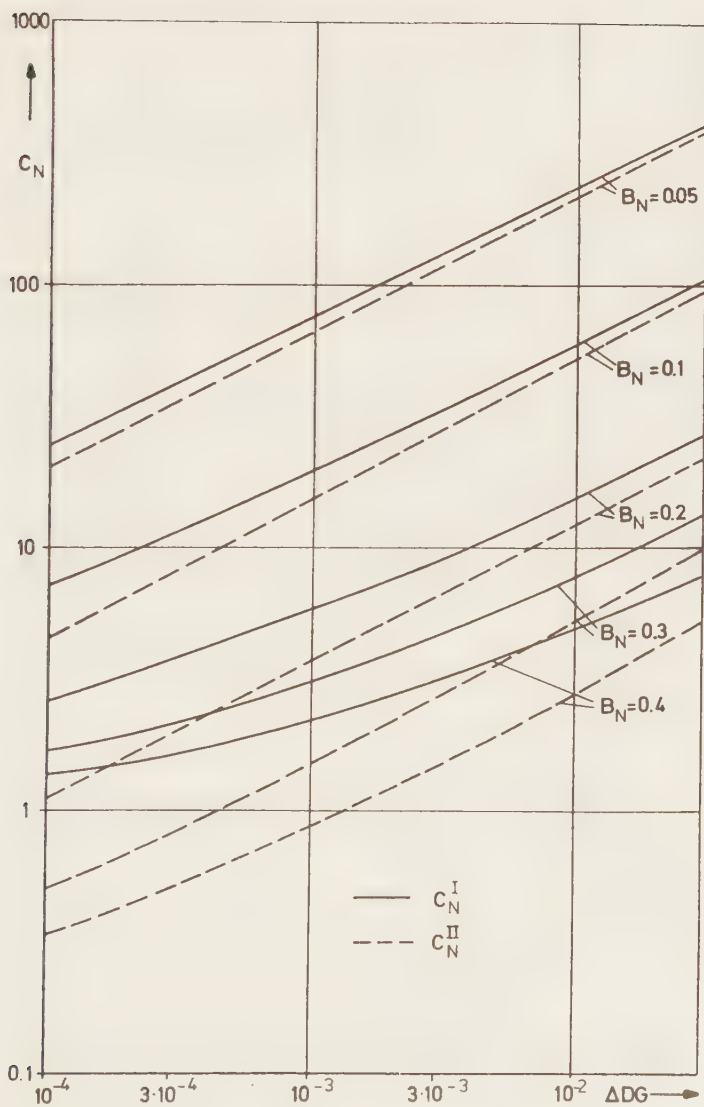


Bild 4.12: Normierte Kapazität C_N^i ($i = I, II$) für 2-Kreis-GFD

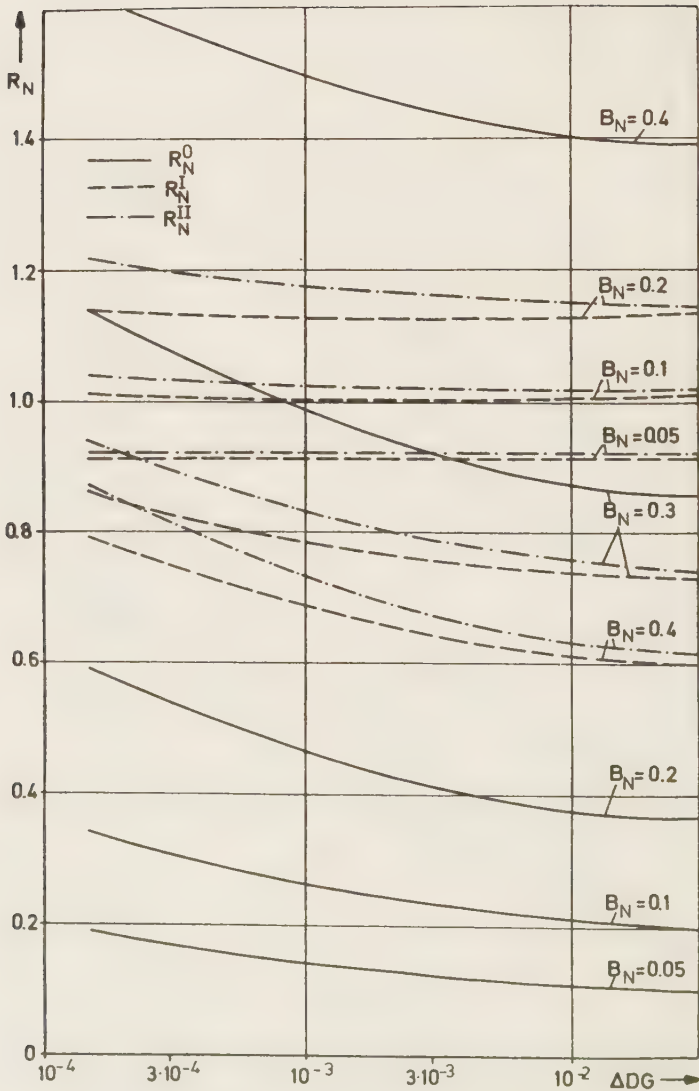


Bild 4.13: Normierter Widerstand R_N^i ($i = 0, I, II$) für 3-Kreis-GFD

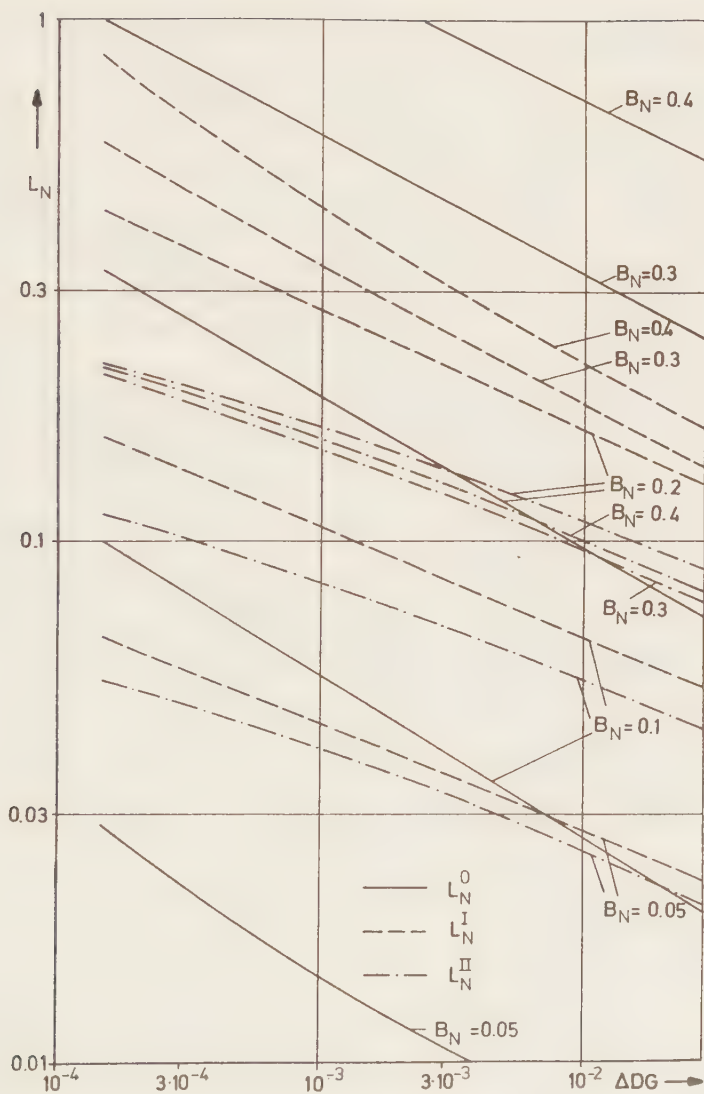


Bild 4.14: Normierte Induktivität L_N^i ($i = 0, I, II$) für 3-Kreis-GFD

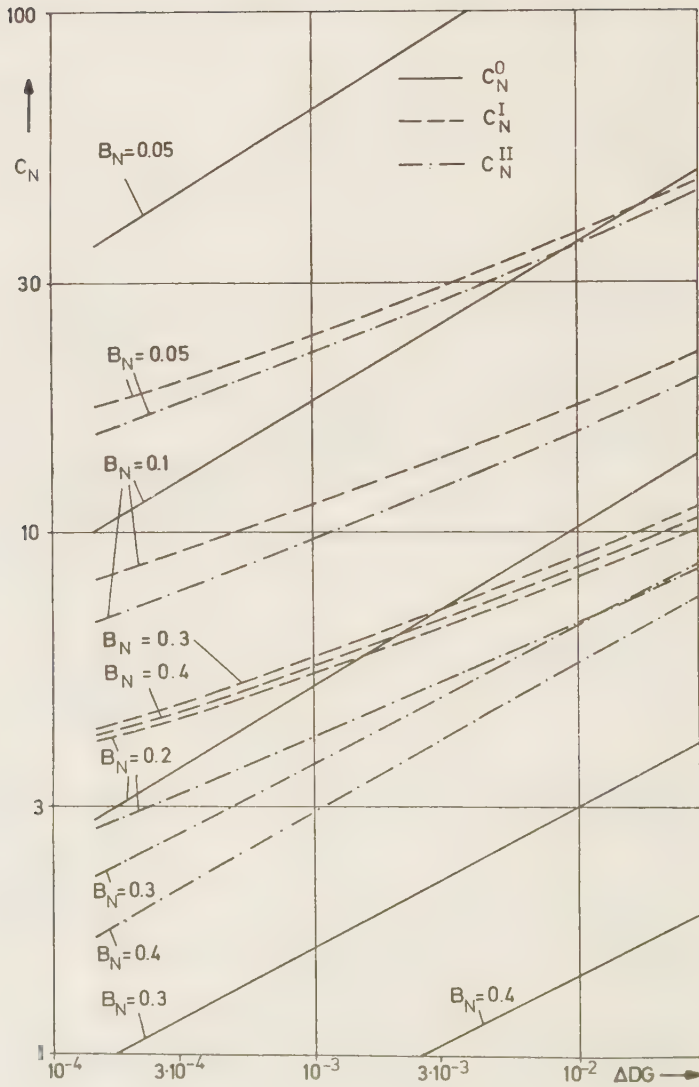


Bild 4.15: Normierte Kapazität C_N^i ($i = 0, I, II$) für 3-Kreis-GFD

4.2. Die Berechnung der nichtlinearen Verzerrungsleistung

In diesem Kapitel werden die nichtlinearen Verzerrungen von Gegentakt-Flankendemodulatoren mit realen FM/AM-Wandlungsfiltern und idealen Hüllkurven-Demodulatoren berechnet. Die Auswertung der Ergebnisse erfolgt für einige der in Kap.4.1 angegebenen FM/AM-Wandlungsfiler. Dabei wird gezeigt, wie sich der Verlauf der differentiellen Verstärkung des Demodulators und die Gruppenlaufzeit der Wandlungsfiler auf die Verzerrungsleistung auswirken.

4.2.1. Das mathematische Modell zur Beschreibung des FM-Systems bei idealer Übertragungsstrecke und realer Demodulation

Zur Berechnung der nichtlinearen Verzerrungen des Demodulators wird das in Bild 1.1 aufgezeichnete Blockschaltbild eines FM-Übertragungssystems in folgenden Punkten geändert:

- a) Das lineare Übertragungssystem zwischen Modulator und Begrenzer wird als ideal angenommen. Damit erübrigt sich der Begrenzer-Baustein, da bei idealem Modulator und idealer Übertragungsstrecke das frequenzmodulierte Signal keinen Amplitudenmodulationsanteil besitzt.
- b) Die zu Meßzwecken nötigen Systembausteine "Bandsperre" und "Bandpaß" bleiben unberücksichtigt.

Das Empfänger-Eingangssignal $e(t)$ kann als Differenzsignal

$$e(t) = e^I(t) - e^{II}(t) \quad (4.23)$$

mit $e^I(t) = d^I(t) * g_D(t)$ und $e^{II}(t) = d^{II}(t) * g_D(t)$ dargestellt werden. $g_D(t)$ ist die Impulsantwort des Deemphasis-Netzwerks.

Wegen der Entkopplung der beiden Demodulator-Zweige können die Signalanteile $e^I(t)$ und $e^{II}(t)$ unabhängig voneinander

berechnet werden. In Bild 4.16 ist das Blockschaltbild zur Bestimmung des Signalanteils $e^I(t)$ aufgezeichnet, das sich vom entsprechenden Blockschaltbild für den Signalanteil $e^{II}(t)$ nur durch das Wandlungsfilter unterscheidet.

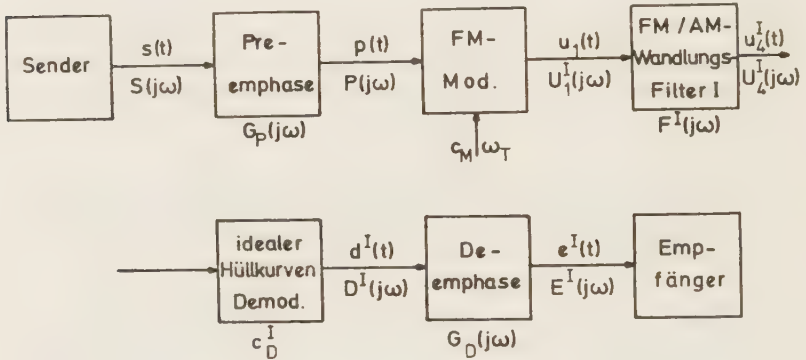


Bild 4.16: Blockschaltbild zur Berechnung von $e^I(t)$

Ein Vergleich von Bild 4.16 mit Bild 3.1 zeigt die formale Übereinstimmung beider Blockschaltbilder bis zum Ausgang des Wandlungsfilters bzw. der linearen Übertragungsstrecke. Entsprechend Gl.(3.4) entsteht somit am Ausgang des Wandlungsfilters das analytische Signal

$$u_4^I(t) = \hat{u}_4^I e^{m^I(t)} e^{j\psi^I(t)} e^{j\omega_T t} \quad (4.24)$$

mit der komplexen Hüllkurve

$$u_{4h}^I(t) = \hat{u}_4^I e^{m^I(t)} e^{j\psi^I(t)} \quad (4.25)$$

Die konstante Amplitude $\hat{u}_4^I$ hat keinen Einfluß auf die nicht-lineare Verzerrungsleistung. Die weitere Rechnung wird deshalb mit $\hat{u}_4^I = 1$ durchgeführt.

Der anschließende ideale Hüllkurvendemodulator bildet das dem Betrag von $u_{4h}^I(t)$ proportionale Ausgangssignal

$$d^I(t) = c_D^I |u_{4h}^I(t)| = c_D^I e^{m^I(t)} \quad (4.26)$$

Es wird im Deemphase-Filter entzerzt und ergibt das gesuchte Empfänger-Eingangssignal

$$e^I(t) = d^I(t) * g_D(t) \quad (4.27)$$

Die Berechnung des Empfänger-Eingangssignals erfolgt wie in Kapitel 3 mit Hilfe der komplexen Hüllkurve der modulierten Signale. Dazu wird anstelle der Übertragungsfunktion $F^I(j\omega)$ des Wandlungsfilters die normierte äquivalente TP-Übertragungsfunktion

$$F_T^I(j\omega) = \frac{F^I(j\omega + j\omega_T)}{F^I(j\omega_T)} \quad (4.28)$$

mit der Impulsantwort $f_T^I(\tau)$ eingeführt, die bis auf die komplexe Normierungskonstante $F^I(j\omega_T)$ mit der das reale System beschreibenden Übertragungsfunktion $F^I(j\omega + j\omega_T)$ übereinstimmt. Wie schon in Kapitel 3 erklärt wurde, hat diese Normierung keinen Einfluß auf das Ergebnis.

In Bild 4.17 ist das mathematische Modell für die Signaltransformation $s(t) \rightarrow e^I(t)$ angegeben. Es entsteht durch funktionale Beschreibung des Zusammenhangs zwischen den Eingangs- und Ausgangsgrößen der Systembausteine von Bild 4.16. Die notwendigen Eingangs-Ausgangsbeziehungen wurden in den Gln. (4.25) - (4.27) und in Kapitel 3.1, Gl. (3.1) und Gl. (3.2) angegeben. Das nichtlineare System, das den Zusammenhang zwischen der Phasenfunktion $\varphi(t) = \xi(t)$ und der Hilfsfunktion $\lambda^I(t) = e^{m^I(t)}$ liefert, ist besonders hervorgehoben und soll im nächsten Kapitel näher untersucht werden.

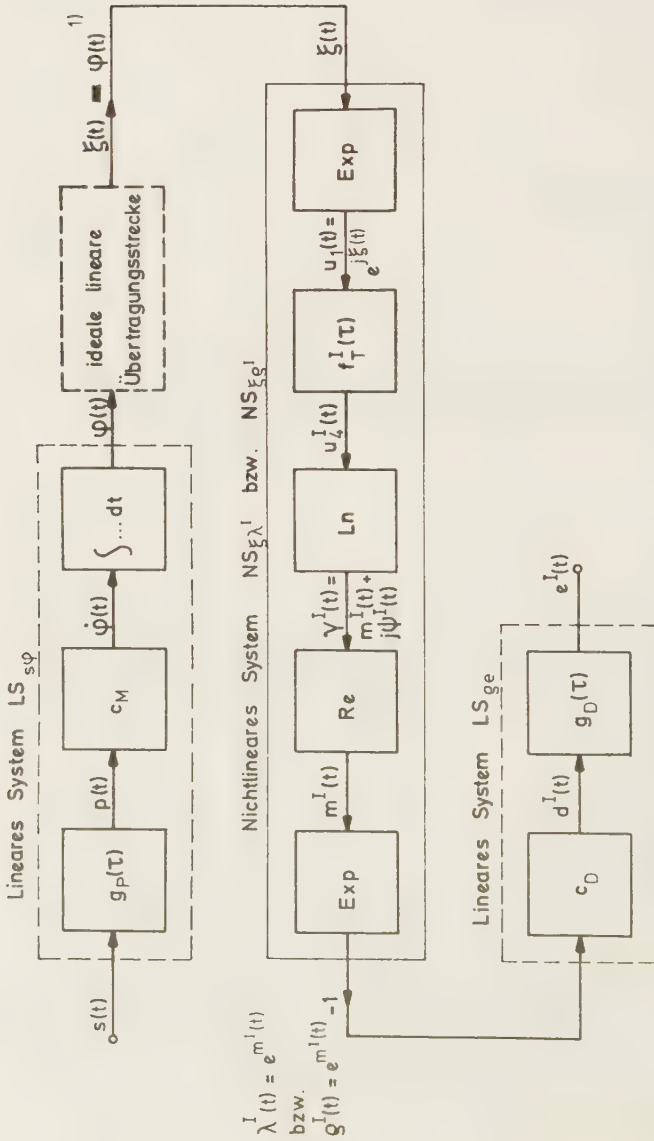


Bild 4.17: Mathematisches Modell für die Signaltransformation $s(t) \rightarrow e^I(t)$

¹⁾ Bei idealer Übertragungsstrecke ist $\varphi(t) = \xi(t)$

4.2.2. Die Bestimmung der Systemfunktionen des nichtlinearen Übertragungssystems

4.2.2.1. Die Systemfunktionen des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\xi\lambda^I}$ bzw. $NS_{\xi g^I}$

Der Zusammenhang zwischen dem Eingangssignal $\xi(t)$ und dem Ausgangssignal $\lambda^I(t)$ des in Bild 4.17 gekennzeichneten nichtlinearen Teilsystems $NS_{\xi\lambda^I}$ soll mit Hilfe eines Volterra-Reihenansatzes berechnet werden. Die dazu notwendigen Voraussetzungen sind bis auf die Forderung nach Quellenfreiheit des Systems erfüllt. Wie man leicht nachprüfen kann, nimmt für verschwindendes Eingangssignal $\xi(t) = 0$ das Ausgangssignal den Wert $\lambda^I(t) = 1$ an.

Im weiteren wird deshalb anstelle des nichtlinearen Systems $NS_{\xi\lambda^I}$ der Zusammenhang zwischen $\xi(t)$ und

$$g^I(t) = \lambda^I(t) - \lambda^I(t) \Big|_{\xi(t)=0} \quad (4.29)$$

betrachtet. Das so charakterisierte nichtlineare System $NS_{\xi g^I}$ ist quellenfrei. Sein Ausgangssignal $g^I(t)$ unterscheidet sich nur durch einen für die nichtlinearen Signalverzerrungen uninteressanten Gleichanteil vom tatsächlichen Ausgangssignal $\lambda^I(t)$.

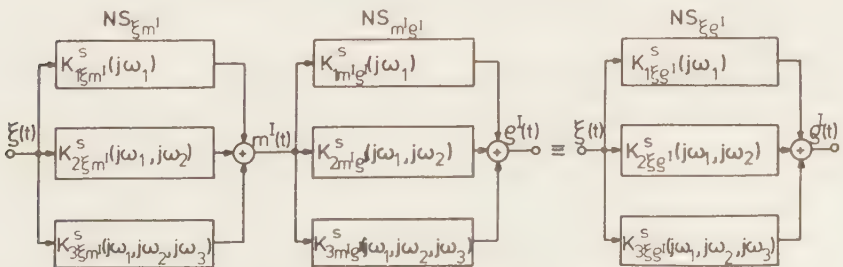


Bild 4.18: Realisierung des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\xi g^I}$

Das nichtlineare System $NS_{\xi g}^I$ kann durch die in Bild 4.18 skizzierte Reihenschaltung der nichtlinearen Teilsysteme $NS_{\xi m}^I$ und $NS_{m'g}^I$ realisiert werden. Letztere lassen sich durch ihre Systemfunktionen charakterisieren.

Betrachten wir zunächst die Signaltransformation $\xi(t) \rightarrow m^I(t)$, die durch die Systemfunktionen $K_{V\xi m}^S(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$ beschrieben wird. Wie ein Vergleich der mathematischen Modelle aus Bild 4.17 und Bild 3.3 zeigt, entspricht sie der Signaltransformation $\varphi(t) \rightarrow m(t)$ aus Kapitel 3. Die symmetrischen Anteile der Systemfunktionen $K_{V\xi m}^I(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$ des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\xi m}^I$ können somit aus den in Kap. 3 berechneten Systemfunktionen $G_{V\xi m}^S(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$ abgeleitet werden. Ersetzt man in Gl. (3.39) die Übertragungsfunktion $H_T(j\omega)$ durch $F_T^I(j\omega)$ und führt die Abkürzungen

$$F_g^I(j\omega) = \frac{1}{2} [F_T^I(j\omega) + F_T^I(-j\omega)^*] \quad (4.30)$$

$$F_u^I(j\omega) = \frac{1}{2j} [F_T^I(j\omega) - F_T^I(-j\omega)^*] \quad (4.31)$$

ein, so erhält man folgende Beziehungen für die Systemfunktionen $K_{V\xi m}^S(j\omega_1, \dots, j\omega_V)^{1)}$:

$$K_{1\xi m}^S(j\omega_1) = F_u^I(j\omega_1)$$

$$K_{2\xi m}^S(j\omega_1, j\omega_2) = \frac{1}{2} [F_g^I(j\omega_1)F_g^I(j\omega_2) - F_u^I(j\omega_1)F_u^I(j\omega_2) - F_g^I(j\omega_1 + j\omega_2)]$$

$$K_{3\xi m}^S(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = -\frac{1}{6} F_u^I(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3) + \frac{1}{3} F_u^I(j\omega_1)F_u^I(j\omega_2)F_u^I(j\omega_3) \quad (4.32)$$

$$+ \frac{1}{6} \sum_{1,2,3}^G F_g^I(j\omega_1)F_u^I(j\omega_2 + j\omega_3) + \frac{1}{6} \sum_{1,2,3}^G F_u^I(j\omega_1)F_g^I(j\omega_2 + j\omega_3) - \frac{1}{3} \sum_{1,2,3}^G F_u^I(j\omega_1)F_g^I(j\omega_2)F_g^I(j\omega_3)$$

¹⁾ Die verwendeten Abkürzungen sind auf S. 11 erläutert.

Der Zusammenhang zwischen der Eingangsgröße $m^I(t)$ und der Ausgangsgröße $g^I(t)$ des zweiten nichtlinearen Teilsystems $NS_{m^I g^I}$ in Bild 4.18 ist durch die nichtlineare Kennlinie $g^I(t) = e^{m^I(t)} - 1$ festgelegt. Diese Kennlinie beschreibt ein gedächtnisloses System. Seine Systemfunktionen, die mit $K_{vm^I g^I}(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$ bezeichnet werden, ergeben sich aus den Koeffizienten der Reihenentwicklung von $g^I(t) = e^{m^I(t)} - 1$ an der Stelle $m^I(t) = 0$. Sie lauten für den linearen, quadratischen und kubischen Signalanteil:

$$\begin{aligned} K_{1m^I g^I}(j\omega_1) &= 1 \\ K_{2m^I g^I}(j\omega_1, j\omega_2) &= \frac{1}{2} \\ K_{3m^I g^I}(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= \frac{1}{6} \end{aligned} \quad (4.33)$$

Wendet man die in Kapitel 2.3, Gl.(2.41) - Gl.(2.43) abgeleiteten Formeln auf die Reihenschaltung der nichtlinearen Teilsysteme $NS_{\xi m^I}$ und $NS_{m^I g^I}$ an, so können mit Gl.(4.32) und Gl.(4.33) die Systemfunktionen des resultierenden Systems $NS_{\xi g^I}$ angegeben werden.

$$\begin{aligned} K_{1\xi g^I}(j\omega_1) &= F_U^I(j\omega_1) \\ K_{2\xi g^I}(j\omega_1, j\omega_2) &= \frac{1}{2} [F_g^I(j\omega_1) F_g^I(j\omega_2) - F_g^I(j\omega_1 + j\omega_2)] \\ K_{3\xi g^I}(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= -\frac{1}{6} F_U^I(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3) + \frac{1}{6} \sum_{1,2,3}^G F_g^I(j\omega_1) F_U^I(j\omega_2 + j\omega_3) \\ &\quad - \frac{1}{6} \sum_{1,2,3}^G F_U^I(j\omega_1) F_g^I(j\omega_2) F_g^I(j\omega_3) \end{aligned} \quad (4.34)$$

Die Systemfunktionen in Gl.(4.34) sind symmetrisch bezüglich ihrer Variablen.

Wegen $F_g^I(-j\omega)^* = F_g^I(j\omega)$ und $F_u^I(-j\omega)^* = F_u^I(j\omega)$ gilt die Beziehung

$$[K_{\sqrt{\xi}g^I}^S(-j\omega_1, \dots, -j\omega_v)]^* = K_{\sqrt{\xi}g^S}^S(j\omega_1, \dots, j\omega_v) \quad (4.35)$$

4.2.2.2. Die Systemfunktionen zur Berechnung der nichtlinearen Verzerrungen am Empfänger-Eingang

Die nichtlineare Signaltransformation $s(t) \rightarrow e^I(t)$ wird durch die Reihenschaltung linearer und nichtlinearer Systembausteine realisiert. In Bild 4.19 ist das zugehörige Blockschaltbild angegeben, das sich aus dem Systemmodell in Bild 4.17 ergibt. Die Systembausteine werden darin durch ihre Übertragungs- bzw. Systemfunktionen gekennzeichnet.

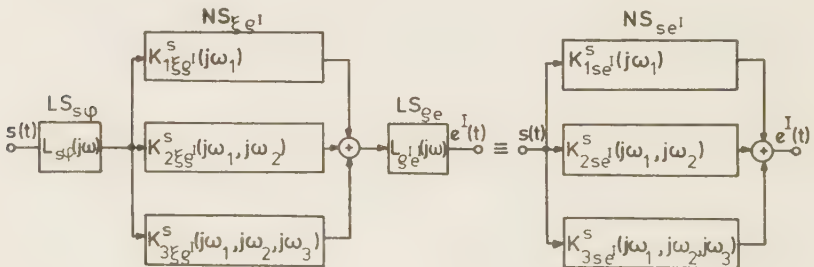


Bild 4.19: Modell für die Signaltransformation $s(t) \rightarrow e^I(t)$ und äquivalentes resultierendes System

Die Übertragungsfunktion $L_{S\varphi}(j\omega)$ des linearen Systems $LS_{S\varphi}$ ist aus Kap. 3, Gl. (3.10) bekannt. Der nichtlineare Systembaustein $NS_{\xi g^I}$ wird durch die im vorangegangenen Kapitel abgeleiteten Systemfunktionen $K_{\sqrt{\xi}g^S}^S(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$ ($v = 1, 2, 3$) beschrieben. Die noch unbekannte Übertragungsfunktion des zweiten linearen Systems LS_{ge} kann aus dem Systemmodell in Bild 4.17 abgelesen werden. Sie lautet:

$$L_{S I_e I}(j\omega) = \frac{\mathcal{F}\{e^I(t)\}}{\mathcal{F}\{g^I(t)\}} = c_D^I G_D(j\omega) \quad (4.36)$$

Die Systemfunktionen $K_{V_{Se}I}^S(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$ des resultierenden nichtlinearen Systems in Bild 4.19 lassen sich mit Hilfe von Gl.(2.39) aus den Übertragungs- und Systemfunktionen der einzelnen Bausteine berechnen. Sie lauten:

$$\begin{aligned} K_{1_{Se}I}^S(j\omega_1) &= L_{S\varphi}(j\omega_1) K_{1_{\xi g}I}^S(j\omega_1) L_{g^I e^I}(j\omega_1) \\ K_{2_{Se}I}^S(j\omega_1, j\omega_2) &= L_{S\varphi}(j\omega_1) L_{S\varphi}(j\omega_2) K_{2_{\xi g}I}^S(j\omega_1, j\omega_2) L_{g^I e^I}(j\omega_1 + j\omega_2) \end{aligned} \quad (4.37)$$

$$K_{3_{Se}I}^S(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = L_{S\varphi}(j\omega_1) L_{S\varphi}(j\omega_2) L_{S\varphi}(j\omega_3) K_{3_{\xi g}I}^S(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) L_{g^I e^I}(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3)$$

Die angegebenen Systemfunktionen sind symmetrisch bezüglich ihrer Variablen.

Nun erinnern wir uns, daß sich das Empfänger-Eingangssignal $e(t)$ entsprechend Gl.(4.23) aus der Differenz der Signalanteile $e^I(t)$ und $e^{II}(t)$ ergibt. Der Zusammenhang zwischen $s(t)$ und $e^I(t)$ kann mit den Systemfunktionen in Gl.(4.37) bestimmt werden. Die Systemfunktionen zur Charakterisierung der Signaltransformation $s(t) \rightarrow e^{II}(t)$ stimmen formal mit Gl.(4.37) überein. Es müssen lediglich die Übertragungsfunktionen $F_T^I(j\omega)$ und $F_T^{II}(j\omega)$ der beiden Wandlungsfiler gegeneinander ausgetauscht werden.

Die nichtlinearen Systeme NS_{SeI} und NS_{SeII} lassen sich entsprechend Bild 4.20 zu einem resultierenden System zusammenfassen, dessen Systemfunktionen den nichtlinearen Zusammenhang zwischen dem Sendesignal $s(t)$ und dem Empfänger-Eingangssignal $e(t)$ beschreiben.

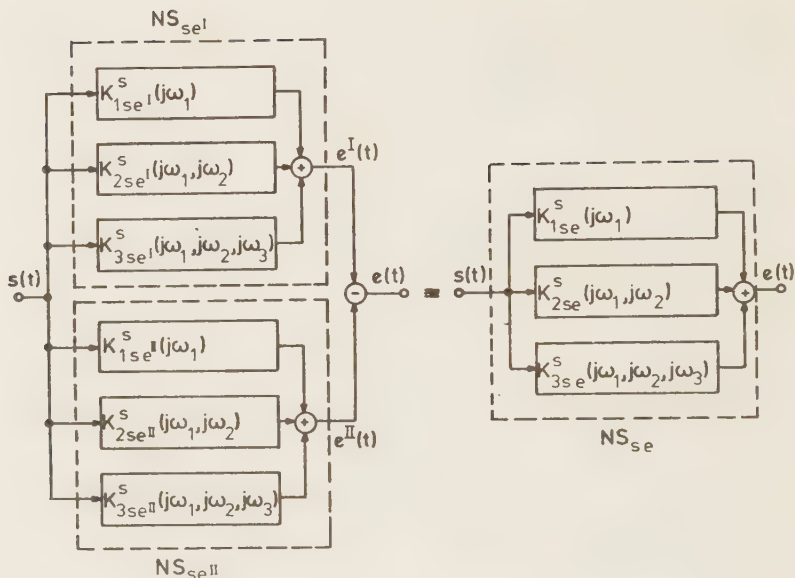


Bild 4.20: Zur Bestimmung der resultierenden Systemfunktionen des nichtlinearen Systems NS_{se}

Bei der Berechnung des resultierenden Systems sind die komplexen Normierungskonstanten $1/F^I(j\omega_T)$ bzw. $1/F^{II}(j\omega_T)$ der äquivalenten TP-Übertragungsfunktionen der beiden Wandlungsfiler zu beachten. Bei Gegentakt-Flankendemodulatoren werden die Wandlungsfiler so ausgelegt, daß ihre Beträge bei der Trägerfrequenz f_T übereinstimmen, d.h. $|F^I(j\omega_T)| = |F^{II}(j\omega_T)|$ ist. Somit unterscheiden sich die Normierungskonstanten in beiden Demodulatorzweigen nur durch einen konstanten Phasenwinkel, der jedoch auf das Ausgangssignal des Hüllkurvendemodulators keinen Einfluß hat.

Für gleiche Verstärkungskonstanten der beiden Hüllkurvendemodulatoren, d.h. für $c_D^I = c_D^{II} = c_D$, stimmt die lineare

Übertragungsfunktion $L_{gIeI}(j\omega)$ aus Gl.(4.36) mit der entsprechenden Übertragungsfunktion $L_{gIIeII}(j\omega)$ des Demodulatorzweigs II überein. Es gilt

$$L_{gIeI}(j\omega) = L_{gIIeII}(j\omega) = L_{ge}(j\omega) = c_D G_D(j\omega) \quad (4.38)$$

Unter den genannten Voraussetzungen ergeben sich die Systemfunktionen $K_{Vse}(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$ ($v = 1, 2, 3$) des resultierenden nichtlinearen Systems NS_{se} aus der Differenz der Systemfunktionen der nichtlinearen Systeme NS_{seI} und NS_{seII} . Sie sind in Gl.(4.39) für den linearen, quadratischen und kubischen Anteil von $e(t)$ angegeben.

$$\begin{aligned} K_{1se}^S(j\omega_1) &= L_{s\varphi}(j\omega_1) [K_{1\mathcal{E}gI}^S(j\omega_1) - K_{1\mathcal{E}gII}^S(j\omega_1)] L_{ge}(j\omega_1) \\ K_{2se}^S(j\omega_1, j\omega_2) &= L_{s\varphi}(j\omega_1) L_{s\varphi}(j\omega_2) [K_{2\mathcal{E}gI}^S(j\omega_1, j\omega_2) - K_{2\mathcal{E}gII}^S(j\omega_1, j\omega_2)] \\ &\quad \cdot L_{ge}(j\omega_1 + j\omega_2) \\ K_{3se}^S(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= L_{s\varphi}(j\omega_1) L_{s\varphi}(j\omega_2) L_{s\varphi}(j\omega_3) \\ &\quad [K_{3\mathcal{E}gI}^S(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) - K_{3\mathcal{E}gII}^S(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3)] L_{ge}(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3) \end{aligned} \quad (4.39)$$

Sie sind symmetrisch bezüglich ihrer Variablen. Zu ihrer Berechnung sind die Systemfunktionen $K_{V\mathcal{E}gI}^S(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$ bzw. $K_{V\mathcal{E}gII}^S(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$ nötig. Diese ergeben sich aus Gl.(4.34) bzw. aus einer dazu analogen Gleichung, die aus Gl.(4.34) durch Vertauschen der Übertragungsfunktionen $F_g^I(j\omega)$ und $F_u^I(j\omega)$ mit $F_g^{II}(j\omega)$ und $F_u^{II}(j\omega)$ entsteht. $F_g^{II}(j\omega)$ und $F_u^{II}(j\omega)$ folgen aus Gl.(4.30) und Gl.(4.31) wenn $F_T^I(j\omega)$ durch $F_T^{II}(j\omega)$ ersetzt wird.

4.2.3. Die spektrale Leistungsdichte der Verzerrungsanteile des Empfänger-Eingangssignals $e(t)$

Mit Hilfe der in Gl.(4.39) angegebenen Systemfunktionen läßt sich die nichtlineare Signaltransformation $s(t) \rightarrow e(t)$ durch die Parallelschaltung eines linearen, eines rein quadratischen und eines rein kubischen Systems entsprechend Bild (4.21) darstellen.

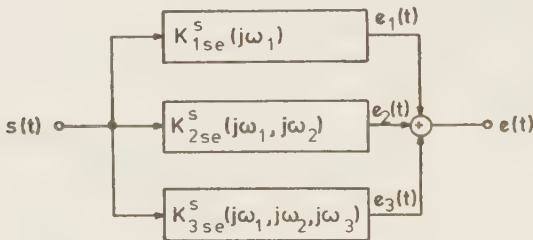


Bild 4.21: Äquivalentes Volterra-System zur Berechnung der nichtlinearen Verzerrungen des Empfänger-Eingangssignals $e(t)$

Bei Kenntnis der symmetrischen Anteile der Systemfunktionen des nichtlinearen Systems und der spektralen Leistungsdichte seines Gauß'schen Eingangssignals können die Leistungsdichtefunktionen für den linearen Signalanteil und für die nichtlinearen Verzerrungsanteile des Empfänger-Eingangssignals mit den in den Gln.(2.45) - (2.47) angegebenen Beziehungen berechnet werden. Für die spektrale Leistungsdichtefunktion des linearen Anteils gilt:

$$\Phi_{1e}(\omega) = |K_{1se}^s(j\omega)|^2 \Phi_{N_s} \quad (4.40)$$

Die spektrale Leistungsdichte Φ_{N_s} des Basisbandsignals $s(t)$ des FM-Systems folgt aus Gl.(1.1). Führt man wie in Kapitel 3.3, Gl.(3.48), anstelle von Φ_{N_s} die spektrale Leistungs-

dichtefunktion des Phasensignals $\varphi(t)$ ein, so erhält man mit $K_{1se}^s(j\omega)$ aus Gl.(4.39) und $L_{ge}(j\omega)$ aus Gl.(4.38) die Beziehung

$$\Phi_{1e}(\omega) = c_D^2 |G_D(j\omega)|^2 |K_{1\mathcal{E}g}^s(j\omega) - K_{1\mathcal{E}g}^s(j\omega)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(\omega) \quad (4.41)$$

Entsprechend ergibt sich für die Leistungsdichtefunktion des quadratischen Anteils von $e(t)$ das Integral

$$\Phi_{2e}(\omega) = c_D^2 |G_D(j\omega)|^2 \quad (4.42)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-2\pi t_0}^{2\pi t_0} |K_{2\mathcal{E}g}^s(ju, j\omega - ju) - K_{2\mathcal{E}g}^s(ju, j\omega - ju)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega - u) du$$

Die Leistungsdichtefunktion des kubischen Anteils von $e(t)$ kann in Form eines Doppelintegrals ausgedrückt werden.

$$\Phi_{3e}(\omega) = c_D^2 |G_D(j\omega)|^2 \frac{6}{(2\pi)^2} \int_{-2\pi t_0}^{2\pi t_0} \int_{-2\pi t_0}^{2\pi t_0} |K_{3\mathcal{E}g}^s(ju, jv, j\omega - ju - jv) - K_{3\mathcal{E}g}^s(ju, jv, j\omega - ju - jv)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(v) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega - u - v) du dv \quad (4.43)$$

Die Integrationsgrenzen in Gl.(4.42) und Gl.(4.43) werden durch die obere Basisbandfrequenz des Sendesignals $s(t)$ festgelegt.

Zur Bestimmung der Leistungsdichtefunktionen $\Phi_{ve}(\omega)$ ($v = 1, 2, 3$) genügt die Kenntnis der Systemfunktionen des nicht-linearen Systems $NS_{\mathcal{E}g}^I$ bzw. $NS_{\mathcal{E}g}^{II}$ aus Kap.4.2.2.1. Der Zusammenhang zwischen $\Phi_{\varphi\varphi}(\omega)$ und den Kenngrößen des FM-Systems wurde in Kapitel 3.4.2, Gl.(3.81) angegeben.

4.2.4. Die Berechnung der absoluten Störleistung am Empfänger-Eingang

Mit Hilfe der spektralen Leistungsdichtefunktionen aus Kap.4.2.3 kann die mittlere Störleistung $\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M)$ berechnet werden, die in einen Fernsprechanal der Breite ΔB und der Mittenfrequenz $f_M = \frac{\omega_M}{2\pi}$ fällt. Bei kleiner Fernsprechanalbandbreite ΔB ($\Delta B \ll B_{\text{NF}}$) gilt die Näherungsbeziehung:

$$\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M) \approx [\Phi_{2e}(\omega_M) + \Phi_{3e}(\omega_M)] \Delta B \quad (4.44)$$

Zur Bestimmung der absoluten Störleistung am Empfänger-Eingang ist das Verhältnis von Störleistung zu Signalleistung in einem Fernsprechanal von Interesse. Für die geringen Verzerrungsleistungsanteile bei FM-Systemen kann die Signalleistung durch den linearen Anteil von $e(t)$ angenähert werden:

$$\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M) \approx \Phi_{1e}(\omega_M) \Delta B \quad (4.45)$$

Das Verhältnis von Störleistung zu Signalleistung wird dann vollständig durch die Leistungsdichtefunktionen $\Phi_{ve}(\omega)$ ($v = 1, 2, 3$) des Empfänger-Eingangssignals festgelegt.

$$\frac{\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M)}{\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)} \approx \frac{\Phi_{2e}(\omega_M) + \Phi_{3e}(\omega_M)}{\Phi_{1e}(\omega_M)} \quad (4.46)$$

Ersetzt man die Leistungsdichtefunktionen in Gl.(4.46) durch die in den Gln.(4.41) - (4.43) angegebenen Ausdrücke, so ergibt sich folgendes Stör-Signalleistungsverhältnis:

$$\frac{\Delta N_{S_{\text{Stör}}}(\omega_M)}{\Delta N_{S_{\text{ig}}}(\omega_M)} \approx \frac{1}{|K_{1\xi g}^s(j\omega_M) - K_{1\xi g}^s(j\omega_M)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(\omega_M)}$$

$$\left\{ \frac{1}{\pi} \int_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} |K_{2\xi g}^s(ju, j\omega_M - ju) - K_{2\xi g}^s(ju, j\omega_M - ju)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega_M - u) du \right.$$

$$+ \frac{6}{(2\pi)^2} \int_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} \int_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} |K_{3\xi g}^s(ju, jv, j\omega_M - ju - jv) - K_{3\xi g}^s(ju, jv, j\omega_M - ju - jv)|^2$$

$$\left. \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(v) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega_M - u - v) du dv \right\} \quad (4.47)$$

Aus dem Stör-Signalleistungsverhältnis kann nach Gl.(3.66) der Störleistungsabstand $NPR(\omega_M)$ im betrachteten Meßkanal bestimmt werden. Mit Gl.(3.68) folgt daraus die absolute Störleistung am relativen Pegel Null.

Zu bemerken ist noch, daß das Verhältnis von Störleistung zu Signalleistung vollständig durch die Systemfunktionen des in Kap.4.2.2.1 behandelten nichtlinearen Teilsystems $NS_{\xi g I}$ bzw. des dazu analogen Systems $NS_{\xi g II}$ festgelegt wird. Wie schon in Kapitel 3.4.1 erwähnt wurde, ist es von der Sendeleistung abhängig.

4.2.5. Anwendungsbeispiele

An einigen Beispielen wird der Einfluß des Verlaufs der Demodulationsflanke und der Laufzeit der realen Wandlungsfiler auf die Störleistung untersucht. Alle Berechnungen werden für das System FM 2700 durchgeführt. Die Systemdaten entsprechen denen aus Kap. 3.6.1. Die in den Beispielen verwendeten Wandlungsfiler lassen sich mit dem Iterationsverfahren aus Kap. 4.1.2 berechnen.

Wie schon erwähnt wurde, kann durch Umnormierung der Schaltelemente der WandlungsfILTER die Steilheit der Demodulationsflanke geändert werden. Der Verlauf von $DG(f)$ und die nichtlineare Verzerrungsleistung sind gegenüber dieser Umnormierung invariant. Die Steilheit wird deshalb bei den folgenden Untersuchungen nicht angegeben.

4.2.5.1. Nichtlineare Verzerrungsleistung von 3-Kreis-GFD mit Tschebyscheff'schem Verlauf von $DG_3(f)$ und konstanter Laufzeit der WandlungsfILTER

Als Maß für den Fehler, der bei der Approximation einer idealen Demodulationsflanke durch reale Filter auftritt, wurde in Gl.(4.1) die frequenzabhängige Größe $DG(f)$ eingeführt. Mit Hilfe des in Kapitel 4.1.2 angegebenen Rechenverfahrens können die WandlungsfILTER so dimensioniert werden, daß sämtliche Extremwerte von $DG(f)$ innerhalb einer Approximationsbandbreite B_{DG} denselben Betrag ΔDG besitzen. Bild 4.22 zeigt einen solchen Verlauf von $DG(f)$ für einen 3-Kreis-Gegentakt-Flankendemodulator.

In den folgenden Beispielen soll der Zusammenhang zwischen $DG_3(f)$ und der nichtlinearen Verzerrungsleistung des Demodulators untersucht werden. Von besonderem Interesse ist dabei der Einfluß

- a) der Approximationsbandbreite B_{DG}
- b) der Rippelhöhe ΔDG

bei Tschebyscheff'schem Verlauf von $DG_3(f)$ innerhalb des durch B_{DG} und ΔDG festgelegten Toleranzstreifens.

Die Laufzeit der WandlungsfILTER wird bei den Untersuchungen nicht berücksichtigt, sodaß die entstehende Störleistung nur durch den Betragsverlauf der WandlungsfILTER verursacht wird.

4.2.5.1.1. Der Einfluß der Approximationsbandbreite B_{DG}

Aufgabenstellung

Die WandlungsfILTER eines 3-Kreis-GFD werden so ausgelegt, daß $DG_3(f)$ innerhalb der Approximationsbandbreite B_{DG} einen Tschebyscheff'schen Verlauf aufweist. Die Dimensionierung der WandlungsfILTER erfolgt für verschiedene Approximationsbandbreiten B_{DG} , jedoch ist die Rippelhöhe von $DG(f)$ bei sämtlichen Realisierungen konstant. Sie beträgt $\Delta DG = 0.003$. In Bild 4.22 ist der frequenzabhängige Verlauf von $DG_3(f)$ aufgetragen, der sich für $B_{DG} = 28$ MHz ergibt. Die WandlungsfILTER werden für das Richtfunksystem FM 2700 ausgelegt, dessen Trägerfrequenz 140 MHz beträgt. Die Approximationsbandbreite B_{DG} wird zwischen 23 MHz und 38 MHz variiert. Der Zusammenhang zwischen B_{DG} und der Verzerrungsleistung soll untersucht werden.

Analyseergebnis

In Bild 4.23 ist die Störleistung über der Mittenfrequenz der Meßkanäle aufgetragen. Parameter der Kurven ist die Approximationsbandbreite B_{DG} . Man erkennt, daß die Störleistung bei kleiner Approximationsbandbreite in den oberen Meßkanälen und bei großer Approximationsbandbreite in den unteren Meßkanälen am größten ist. Offensichtlich gibt es eine optimale Bandbreite B_{DG} , bei der die maximale Störleistung innerhalb des Basisband-Frequenzbereichs minimal wird¹⁾. Der zugehörige Kurvenverlauf ist in Bild 4.23 gestrichelt eingezeichnet. Die optimale Approximationsbandbreite beträgt 31 MHz.

¹⁾ Man beachte, daß hier nur die Verzerrungsleistung infolge des nichtidealen Betragsverlaufs der WandlungsfILTER betrachtet wird. Die reale Laufzeit wird nicht berücksichtigt. Für die Rechnung wird sie als konstant angenommen.

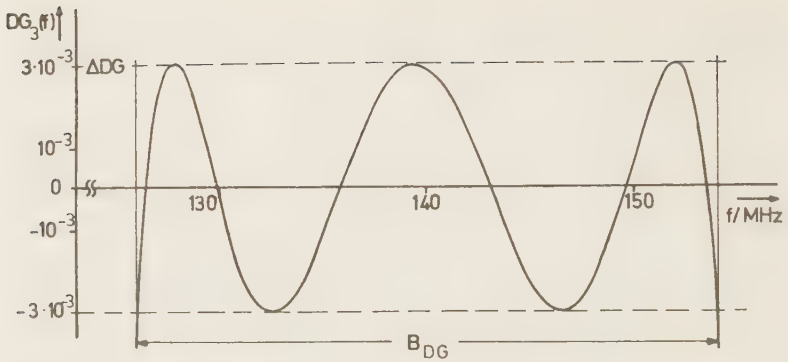


Bild 4.22: Approximierter Verlauf der differentiellen Verstärkung $DG_3(f)$ eines 3-Kreis-GFD

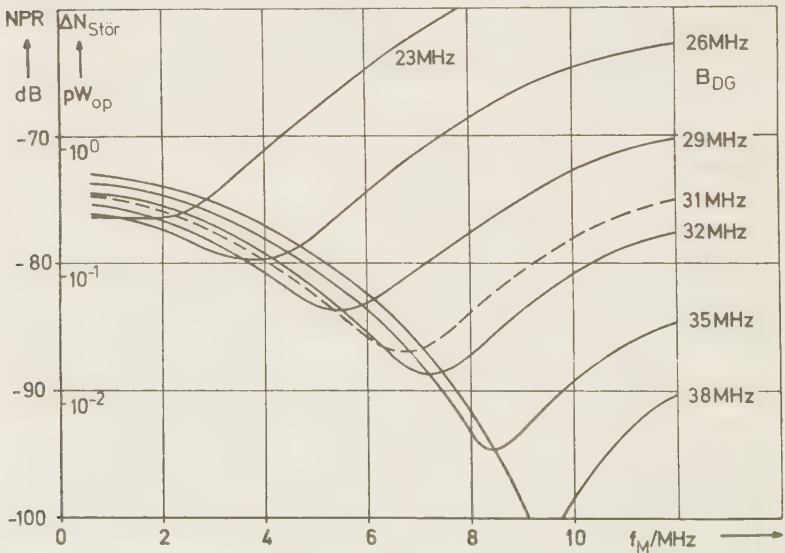


Bild 4.23: Störleistung des 3-Kreis-GFD für verschiedene Approximationsbandbreiten B_{DG}
(FM 2700, $\Delta DG = 0.003$, konstante Laufzeit)

4.2.5.1.2. Der Einfluß der Rippelhöhe ΔDG

Aufgabenstellung

Hier ist im Gegensatz zu Beispiel 4.2.5.1.1 die Approximationsbandbreite konstant. Die Wandlungsfiler eines 3-Kreis-GFD werden so dimensioniert, daß innerhalb der optimalen Approximationsbandbreite von 31 MHz, die im vorangegangenen Beispiel gefunden wurde, die Extremwerte von $DG_3(f)$ betragsgleich sind. Es werden Realisierungen für verschiedene Rippelhöhen von $DG(f)$ zwischen $\Delta DG = 3 \cdot 10^{-4}$ und $\Delta DG = 5 \cdot 10^{-3}$ berechnet und die zugehörige Störleistung bestimmt. Ebenso wie im vorhergehenden Beispiel wird dabei die Laufzeit der Wandlungsfiler nicht berücksichtigt.

Analyseergebnis

In Bild 4.24 ist die Störleistung über der Basisbandfrequenz aufgetragen. Parameter der Kurvenschar ist ΔDG . Sämtliche Kurven verlaufen näherungsweise parallel, die Kurvenform bleibt bei Änderung von ΔDG erhalten.

Der Zusammenhang zwischen der Störleistung in einem Meßkanal und dem Wert von ΔDG wird in Bild 4.25 durch die andere Darstellungsweise der Ergebnisse deutlich. Innerhalb des ausgewerteten Bereichs von ΔDG ist diese Störleistung im Meßkanal f_M proportional dem Quadrat von ΔDG :

$$\Delta N_{\text{Stör}}(\Delta DG ; f_M) \sim (\Delta DG)^2 \quad (4.48)$$

Die Störleistung nimmt mit wachsender Rippelhöhe rasch zu. Sie beträgt bei einer Rippelhöhe von nur 0,005 im ungünstigsten Meßkanal bereits ca. 1 pW_{op}. Der Beitrag des Demodulators zur nichtlinearen Verzerrungsleistung ist für diesen Fall schon größer als derjenige des entzerrten ZF-Filters aus Beispiel 3.6.3. Eine sorgfältige Dimensionierung der Wandlungsfiler ist deshalb erforderlich.

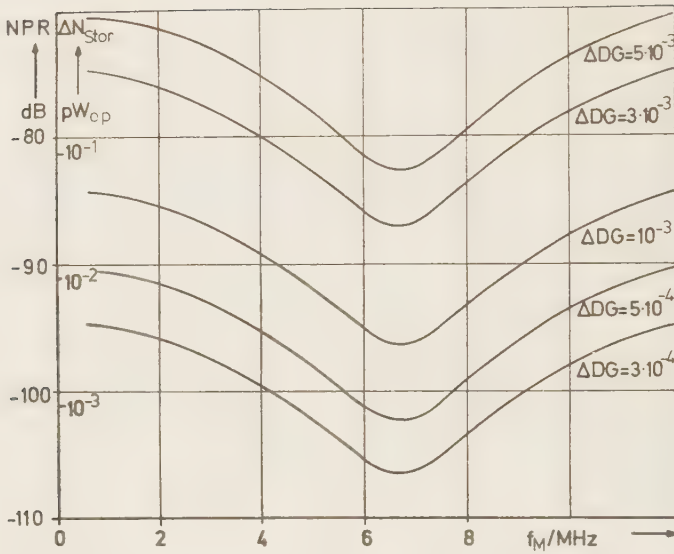


Bild 4.24: Störleistung des 3-Kreis-GFD

Parameter ΔDG . ($B_{DG} = 31$ MHz, FM 2700)

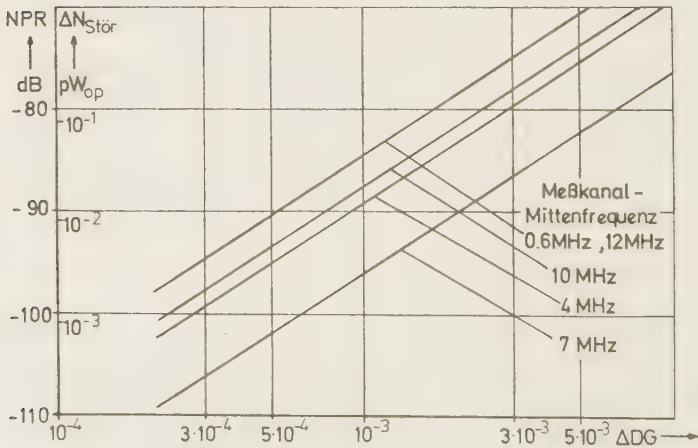


Bild 4.25: Abhängigkeit der Störleistung von ΔDG

4.2.5.2. Dimensionierung und Laufzeitentzerrung der Wandlungsfilter für den Demodulator beim Richtfunk-system FM 2700.

Die Lösung der Dimensionierungsaufgabe geschieht in zwei Schritten. Zunächst wird unter Vernachlässigung der Laufzeit der Wandlungsfilter ein geeignetes Demodulator-Netzwerk ausgewählt. Anschließend wird der Einfluß der Laufzeit des verwendeten Netzwerks auf die Störleistung berücksichtigt und durch eine Laufzeitentzerrung reduziert.

4.2.5.2.1. Der Einfluß der Frequenzabhängigkeit von $DG(f)$ und die Auswahl geeigneter Wandlungsfilter

Aufgabenstellung

Bei der Auswahl eines geeigneten Netzwerks zur Umwandlung der FM in eine AM muß zunächst die Frage geklärt werden, ob man dazu z.B. zwei- oder dreikreisige Filter verwenden will. Liegt diese Wahl nicht von vornherein fest - z.B. durch Forderungen bezüglich des Realisierungsaufwands oder der Rauschbandbreite des Demodulator-Netzwerks -, so liefert die Berechnung der nichtlinearen Verzerrungsleistung für die in Betracht kommenden Wandlungs-Netzwerke ein zusätzliches Auswahlkriterium.

In diesem Beispiel soll deshalb zunächst der Einfluß verschiedener realisierbarer Kurvenverläufe von $DG(f)$ auf die nichtlineare Verzerrungsleistung untersucht werden. Wir wollen uns dabei nicht ausschließlich auf Tschebyscheff'sche Verläufe festlegen, sondern fordern nur, daß innerhalb der Approximationsbandbreite B_{DG} der Betrag von $DG(f)$ nicht größer als ΔDG wird. Eine Einschränkung bezüglich möglicher Kurvenverläufe von $DG(f)$ ergibt sich dadurch, daß diese näherungsweise symmetrisch zur Trägerfrequenz verlaufen, an der unteren und oberen Approximations-

grenze den Wert $-\Delta DG$ und innerhalb des Approximationsbereichs mindestens einmal den Wert $+\Delta DG$ erreichen sollen.

In Bild 4.26 sind die untersuchten Kurvenverläufe von $DG(f)$ aufgezeichnet. Die dazu gehörenden realen WandlungsfILTER wurden mit dem Iterationsverfahren aus Kap. 4.1.2 berechnet. Kurve 1 in Bild 4.26 ergibt sich bei Verwendung eines 3-Kreis-GFD ($DG(f)$ stimmt dabei mit dem Verlauf aus Bild 4.22 überein), während die übrigen Kurven mit 2-Kreis-GFD realisiert werden können. Für alle berechneten WandlungsfILTER verläuft $DG(f)$ innerhalb eines vorgegebenen Toleranzstreifens, der durch $\Delta DG = 0.003$ und $B_{DG} = 28$ MHz festgelegt wird¹⁾.

Die Berechnung der Störleistung erfolgt für das Richtfunksystem FM 2700. Die Laufzeit der WandlungsfILTER wird dabei vernachlässigt.

Analyseergebnisse

Die Analyseergebnisse sind in Bild 4.27 über der Meßkanal-Mittenfrequenz aufgetragen. Offensichtlich verursacht der stark rippelnde Verlauf der differentiellen Verstärkung von Kurve 1 in Bild 4.26 die größten nichtlinearen Verzerrungsanteile. Sie werden umso kleiner, je weniger sich die in Bild 4.26 skizzierten Kurvenverläufe in der Umgebung der Trägerfrequenz ändern. Die geringste maximale Störleistung im gesamten Basisband-Frequenzbereich ergibt sich für die maximal flache Kurve für $DG(f)$ (Kurve 5, Bild 4.26 bzw. Bild 4.27).

¹⁾ Die Approximationsbandbreite soll beim realen System in der Nähe von 20 MHz liegen.

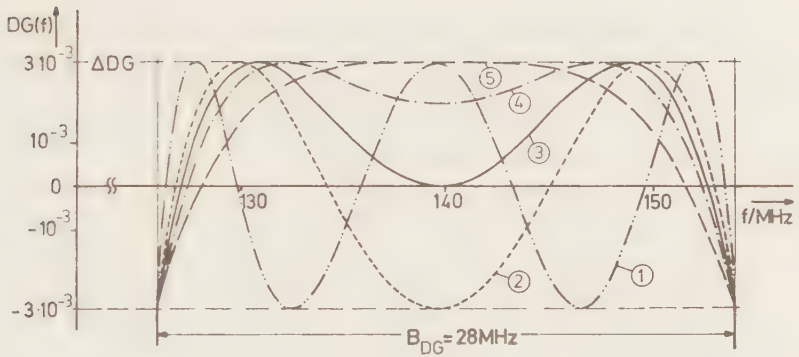


Bild 4.26: Verschiedene Kurvenverläufe von $DG(f)$ innerhalb des durch $\Delta DG = 3 \cdot 10^{-3}$ festgelegten Toleranzstreifens

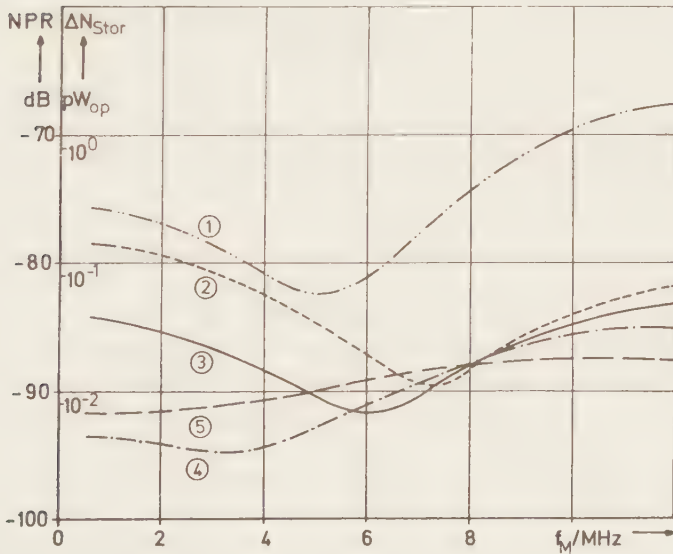


Bild 4.27: Störleistung für die Kurvenverläufe von $DG(f)$ aus Bild 4.26
(FM 2700, $B_{DG} = 28 \text{ MHz}$, $\Delta DG = 0.003$)

Erläuterungen zur Auswahl einer technisch sinnvollen Lösung

Mit Hilfe der Rechenergebnisse aus Bild 4.27 soll ein Wandlungsfilter ausgewählt werden, das für eine technische Realisierung des Demodulators für das Richtfunksystem FM 2700 geeignet ist. Dabei ist zu beachten, daß insbesondere bei diesem Richtfunksystem infolge der großen Bandbreite und der hohen ZF-Trägerfrequenz von 140 MHz Schwierigkeiten bei der Realisierung auftreten können. Ferner muß - wie bereits in Kap. 4.2.1 erläutert wurde - berücksichtigt werden, daß neben der nichtlinearen Verzerrungsleistung des Demodulators auch die an seinem Eingang wirksame Rauschleistung nicht zu groß wird. Für die Auswahl eines geeigneten Wandlungsfilters sind somit folgende Kriterien wichtig:

- a) Realisierbarkeit der Schaltelemente
- b) Nichtlinearer Verzerrungsleistungsbeitrag
- c) Rauschleistung bzw. Rauschbandbreite

Ein Optimum bezüglich Kriterium b) liefert offensichtlich das Wandlungsfilter mit maximal flachem Verlauf von $DG(f)$ (Kurve 5 in Bild 4.26 bzw. Bild 4.27). Es besitzt jedoch ungünstige Schaltelemente, sowie von allen Lösungen die größte Rauschbandbreite bei vorgegebener Steilheit der Demodulationsflanke. Gerade umgekehrt liegen die Verhältnisse bei den Wandlungsfiltern, die zu Kurve 1 gehören.

Wie so oft, ist deshalb ein Kompromiß zwischen den verschiedenen, an die Wandlungsfilter gestellten Forderungen notwendig. Eine Realisierung, die sämtliche Forderungen in befriedigender Weise erfüllt, ist mit den zu Kurve 2 in Bild 4.26 und Bild 4.27 gehörenden Wandlungsfiltern möglich. Wie aus Bild 4.27 (Kurve 2) hervorgeht, ist die maximale Störleistung um ca. 10 dB niedriger als bei Verwendung von drei Kreisen (Kurve 1). Außerdem ergeben sich brauchbare Schaltelemente und - abgesehen von den zur Kurve 1 gehörenden Wandlungsfiltern - die kleinste Rauschbandbreite von allen übrigen Lösungen.

Durch anschließende Optimierung der Approximationsbandbreite B_{DG} , die entsprechend Beispiel 4.2.5.1.1 durchgeführt wurde, konnte die maximale Störleistung des ausgewählten 2-Kreis-GFD noch reduziert werden. Die optimale Approximationsbandbreite beträgt $B_{DG} = 26.4$ MHz.

Das endgültig gewählte WandlungsfILTER-Netzwerk besteht somit aus zwei Kreisen, die so dimensioniert sind, daß sich für $DG(f)$ innerhalb des Frequenzbereichs von 26.4 MHz ein Tschebyscheff'scher Verlauf mit Rippelhöhe $\Delta DG = 0.003$ ergibt. Die Störleistung, die durch dieses WandlungsfILTER beim System FM 2700 hervorgerufen wird, ist in Bild 4.29, (Kurve 1), über der Basisband-Frequenz aufgetragen. Die Laufzeit der Netzwerke wurde bei der Berechnung der Verzerrungsleistung nicht berücksichtigt. Die maximale Störleistung beträgt etwa 0.17 pW. Sie ist damit genauso groß wie der Störleistungsbeitrag des ZF-Filters aus Beispiel 3.6.1.4 im ungünstigsten Meßkanal, der ebenfalls nur durch Dämpfungsverzerrungen verursacht wurde.

4.2.5.2.2. Nichtlineare Verzerrungsleistung unter Berücksichtigung der Laufzeit der WandlungsfILTER

Aufgabenstellung

Für den im vorangegangenen Beispiel ausgewählten 2-Kreis-GFD sollen der Einfluß der Laufzeit der WandlungsfILTER bestimmt und Möglichkeiten zur Laufzeitentzerrung untersucht werden. Die Entzerrung wird mit einem Allpaß durchgeführt.

In Bild 4.28 ist das Blockschaltbild des untersuchten 2-Kreis-GFD aufgezeichnet. Die beiden WandlungsfILTER des Demodulators besitzen die Übertragungsfunktionen $G_{SK}^I(j\omega)$ bzw. $G_{SK}^{II}(j\omega)$. Ihre Laufzeit wird von dem Allpaß mit der Übertragungsfunktion $G_{AP}(j\omega)$ entzerrt, der sich vor der Verzweigung befindet.

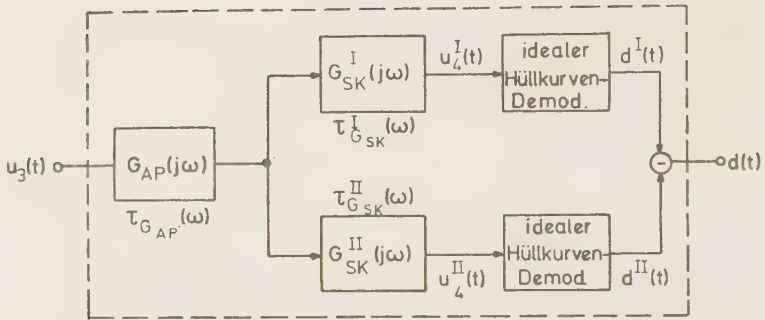


Bild 4.28: 2-Kreis-GFD mit 1 Allpaß zur Laufzeitentzerrung
 ----- Schaltungssteil entsprechend Bild 1.1.

Infolge der Entkopplung beider Demodulatorzweige kann Bild 4.28 auf die Form des Demodulations-Bausteins von Bild 1.1, der gestrichelt umrahmt ist, gebracht werden. Für die Übertragungsfunktionen $F^I(j\omega)$ und $F^{II}(j\omega)$ der FM/AM-Wandlungsfiler in den beiden Demodulatorzweigen von Bild 1.1 gelten dann die Beziehungen:

$$\begin{aligned} F^I(j\omega) &= G_{AP}(j\omega) G_{SK}^I(j\omega) \\ F^{II}(j\omega) &= G_{AP}(j\omega) G_{SK}^{II}(j\omega) \end{aligned} \quad (4.49)$$

Zur Laufzeitentzerrung der Wandlungsfiler werden zwei verschiedene Optimierungskriterien verwendet:

Optimierungskriterium a:

Es wird die Zielfunktion

$$ZF(P) = \sum_{i=1}^{N_i} [\tau_{G_S}(\omega_i) + \tau_{G_{AP}}(\omega_i; P) - \bar{\tau}_G]^2 \quad (4.50)$$

minimiert. Die einzelnen Größen in Gl.(4.50) haben folgende Bedeutung:

N_i gibt die Anzahl der Stützstellen ω_i an. Diese liegen innerhalb der zu entzerrenden Bandbreite B_E .

$\tau_{G_S}(\omega_i) = \tau_{G_{SK}}^I(\omega_i) + \tau_{G_{SK}}^{II}(\omega_i)$ wird aus der Summe der Laufzeiten der beiden Schwingkreise in den Demodulatorzweigen gebildet.

$\tau_{G_{AP}}(\omega_i, P)$ ist die Allpaß-Laufzeit an der Frequenzstelle ω_i . Sie ist vom Parametervektor P abhängig. Dieser enthält die Allpaß-Parameter, die während der Optimierung geändert werden.

Für die mittlere Laufzeit $\bar{\tau}_G$ gilt die Beziehung:

$$\bar{\tau}_G = \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} [\tau_{G_S}(\omega_i) + \tau_{G_{AP}}(\omega_i, P)] \quad (4.51)$$

Optimierungskriterium b:

Im Gegensatz zum Optimierungskriterium a, wird hier die eigentlich interessierende Größe, die maximale Störleistung innerhalb des Basisband-Frequenzbereichs, minimiert. Die Zielfunktion für diese Optimierung lautet:

$$ZF(P) = \text{Max} \left\{ \Delta N_{\text{Stör}}(\omega_i, P) \right\} \quad (4.52)$$

$\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_i, P)$ ist die Störleistung im Meßkanal mit der Mittenfrequenz ω_i . Sie ist vom Parametervektor P abhängig. Der Wert der Zielfunktion entspricht dem Maximalwert der Störleistung innerhalb des Basisband-Frequenzbereichs.

Ergebnisse

Die Ergebnisse gelten für das Richtfunksystem FM 2700 und das in Beispiel 4.2.5.2.1 ausgewählte reale WandlungsfILTER mit den Daten: $\Delta DG = 0.003$, $B_{DG} = 26.4$ MHz, 2 Kreise, Tschebyscheff'scher Verlauf von $DG(f)$ innerhalb von B_{DG} .

Die Abhängigkeit der Störleistung von der Meßkanal-Mittelfrequenz ist in Bild 4.29 dargestellt. Kurve 1 zeigt den Verlauf der Störleistung des verwendeten 2-Kreis-GFD bei Vernachlässigung der Gruppenlaufzeit der WandlungsfILTER ($\tau_G = \text{konst.}$) Eine erhebliche Zunahme der Störleistung tritt bei Berücksichtigung der realen, unentzerrten Laufzeit der WandlungsfILTER auf (Kurve 2). In den Meßkanal bei 12 MHz fällt dabei eine Störleistung von ca. 6 pW. Diese ist nur wenig kleiner als die Störleistung des realen, unentzerrten ZF-Filters aus Beispiel 3.6.3 (Bild 3.27, obere Kurve) im selben Meßkanal. Verwendet man für die Laufzeitentzerrung das Optimierungskriterium a, so ergeben sich in Abhängigkeit von der entzerrten Bandbreite B_E die Störleistungskurven 3 - 5.

Für die Güte des Demodulators ist die maximal auftretende Störleistung innerhalb des Basisband-Frequenzbereichs maßgebend. Diesbezüglich liefert die Laufzeitentzerrung unter Verwendung des Optimierungskriteriums b die besten Ergebnisse (Kurve 6). Die Laufzeitentzerrung ergibt gegenüber dem unentzerrten Fall eine Reduzierung der Störleistung um ca. 15 dB. Im ungünstigsten Meßkanal beträgt die Störleistung nach der Entzerrung 0.19 pW. Der Unterschied zwischen der maximalen Störleistung des Demodulators nach der Laufzeitentzerrung der WandlungsfILTER (Kurve 6) und bei Vernachlässigung der Laufzeit (Kurve 1) beträgt nur 0.02 pW. Die Auswahl des WandlungsfILTERs in Kap. 4.2.5.2.1, die ohne Berücksichtigung der Laufzeit durchgeführt wurde, wird dadurch nachträglich gerechtfertigt.

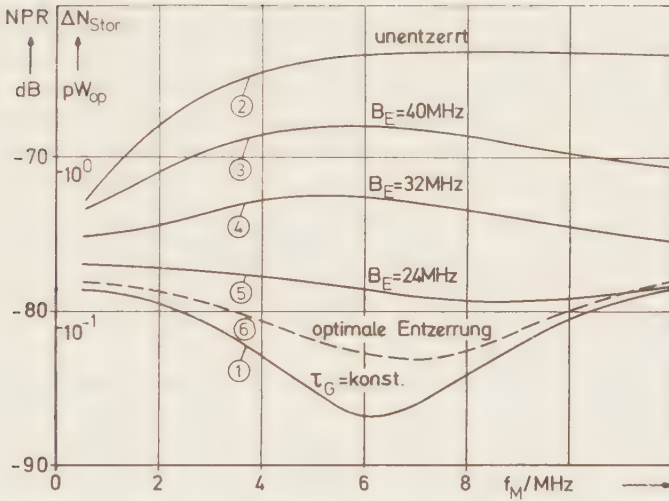


Bild 4.29: Störleistung des ausgewählten 2-Kreis GFD nach verschiedenen Laufzeitentzerrungen (System FM 2700, $B_{DG} = 26.4 \text{ MHz}$, $\Delta DG = 0.003$)

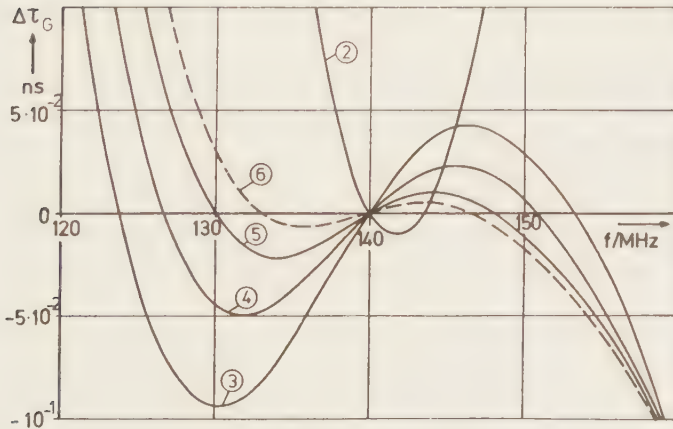


Bild 4.30: Laufzeitkurven zu Bild 4.29

$$\Delta \tau_G(\omega) = [\tau_{G_{SK}}^I(\omega) + \tau_{G_{SK}}^{II}(\omega) + \tau_{G_{AP}}(\omega)] - [\tau_{G_{SK}}^I(\omega_T) + \tau_{G_{SK}}^{II}(\omega_T) + \tau_{G_{AP}}(\omega_T)]$$

5. Die nichtlinearen Verzerrungen des gesamten FM-Systems

Bei realen FM-Systemen werden nichtlineare Verzerrungsleistungsanteile sowohl in der linearen Übertragungsstrecke und im Begrenzer als auch im Demodulator-Baustein erzeugt. Der Einfluß der einzelnen Systembausteine auf die Störleistungsanteile wurde in den beiden vorangegangenen Kapiteln analysiert. Zur Vervollständigung der vorliegenden Arbeit werden in diesem Kapitel die nichtlinearen Signalverzerrungen des gesamten, in Bild 1.1 dargestellten FM-Systems berechnet. Die gegenseitige Beeinflussung der Verzerrungsanteile, die in der linearen Übertragungsstrecke, im Begrenzer und im Demodulator entstehen, wird dabei berücksichtigt. Eine wesentliche Rechenerleichterung ergibt sich durch die Verwendung der in Kap.3 und Kap.4 abgeleiteten Systemfunktionen und die Anwendung der Formeln zur Berechnung nichtlinearer Systeme aus Kap.2.

Die notwendigen Beziehungen lassen sich in übersichtlicher Form ableiten. Die Ergebnisse werden anhand von Beispielen ausgewertet.

5.1. Das mathematische Modell zur Beschreibung des FM-Systems bei realer Übertragungsstrecke und realer Demodulation

In diesem Kapitel wird das vollständige FM-Übertragungssystem aus Bild 1.1 betrachtet. Die Systembausteine "Bandsperrre" und "Bandpaß" bleiben wieder unberücksichtigt.

Das Empfänger-Eingangssignal $c(t)$ kann entsprechend Gl.(4.23) in die beiden Signalanteile $e^I(t)$ und $e^{II}(t)$ aufgeteilt werden. Wegen der Entkopplung der beiden Demodulator-Zweige ist die getrennte Berechnung von $e^I(t)$ bzw. $e^{II}(t)$ möglich (vgl.Kap.4.2.1). Bild 5.1 zeigt das Blockschaltbild für die Signaltransformation $s(t) \rightarrow e^I(t)$.

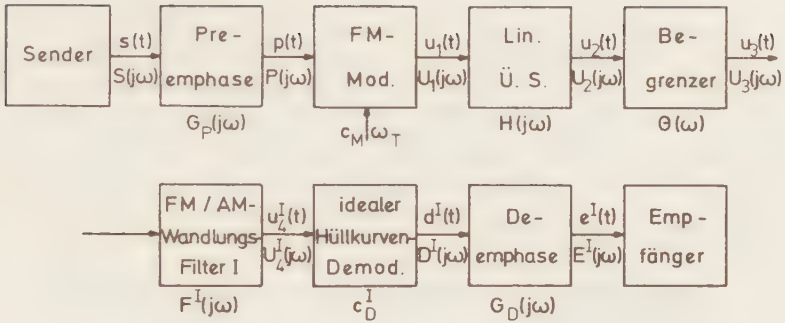


Bild 5.1: Blockschaltbild zur Berechnung von $e^I(t)$

Die Berechnung der nichtlinearen Verzerrungen des Empfänger-Eingangssignals stützt sich auf die Ergebnisse von Kap.3 und Kap.4. Sie wird mit den komplexen Hüllkurven der modulierten Signale und den normierten äquivalenten TP-Übertragungsfunktionen $H_T(j\omega)$ aus Gl.(3.9) und $F_T^I(j\omega)$ aus Gl.(4.28) durchgeführt. Zur Berechnung des Signalanteils $e^{II}(t)$ wird die Übertragungsfunktion $F_T^I(j\omega)$ durch $F_T^{II}(j\omega)$ ersetzt. $F_T^{II}(j\omega)$ kann analog zu Gl.(4.28) gebildet werden.

Wie schon in den beiden vorangegangenen Kapiteln erläutert wurde, hat die Normierung der Übertragungsfunktionen keinen Einfluß auf die Ergebnisse. Für die Berechnung des Gesamtsystems wird allerdings vorausgesetzt, daß die Wandlungsfilter der beiden Demodulatorzweige bei der Trägerfrequenz betragsgleich sind. Außerdem sollen die Verstärkungskonstanten der beiden Hüllkurvendemodulatoren übereinstimmen, d.h.

$$c_D^I = c_D^{II} = c_D \quad (5.1)$$

Bei idealer Begrenzung läßt sich die komplexe Hüllkurve des Begrenzer-Ausgangssignals nach Gl.(3.6) durch die Zeitfunktion $u_{3h}(t) = \hat{u}_3 e^{j[\psi(t) + \eta(t)]}$ darstellen. Der Zusammenhang zwischen dem Sendesignal $s(t)$ und der Phasenfunktion

$\xi(t) = \psi(t) + \eta(t)$ kann aus dem mathematischen Modell in Bild 3.3 entnommen werden. Die Signaltransformation $\xi(t) \rightarrow e^I(t)$ ist in Bild 4.17 angegeben. Damit läßt sich das mathematische Modell zur Berechnung des Signalanteils $e^I(t)$ in einfacher Weise durch Zusammenfügen der entsprechenden Teile der mathematischen Modelle von Bild 3.3 und Bild 4.17 erstellen (siehe Bild 5.2).

5.2. Die Bestimmung der Systemfunktionen des FM-Übertragungssystems

5.2.1. Die Systemfunktionen der nichtlinearen Teilsysteme

In diesem Kapitel wird der nichtlineare Zusammenhang zwischen der Phasenfunktion $\varphi(t)$ und der Hilfsfunktion $\lambda^I(t)$ in Bild 5.2 betrachtet. Entsprechend Kap.4.2.2.1 wird anstelle von $\lambda^I(t)$ die Funktion $g^I(t) = \lambda^I(t) - \lambda^I(t) \big|_{\varphi(t)=0}$ eingeführt, die der Hilfsfunktion $\lambda^I(t)$ bezüglich der nichtlinearen Verzerrungen äquivalent ist.

Das nichtlineare System $NS_{\varphi g^I}$ mit der Eingangsgröße $\varphi(t)$ und der Ausgangsgröße $g^I(t)$ ist quellenfrei und läßt sich durch eine Volterra-Reihe beschreiben. Gemäß Bild 5.2 entspricht es der Reihenschaltung der beiden nichtlinearen Systeme $NS_{\varphi \xi}$ und $NS_{\xi g^I}$, deren Systemfunktionen aus den Ergebnissen von Kap.3 und Kap.4 abgeleitet werden können.

Die Systemfunktionen des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\varphi \xi}$

Die Ausgangszeitfunktion $\xi(t)$ des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\varphi \xi}$ ist in Gl.(3.11) angegeben und besteht aus der Phasenfunktion $\varphi(t)$ und der durch AM/PM-Konversion erzeugten Störphasenfunktion $\eta(t)$.

$\eta(t)$ entsteht nach Gl.(3.5) durch Filterung der Amplitudenmodulationsfunktion $m(t)$ in einem linearen Filter mit der

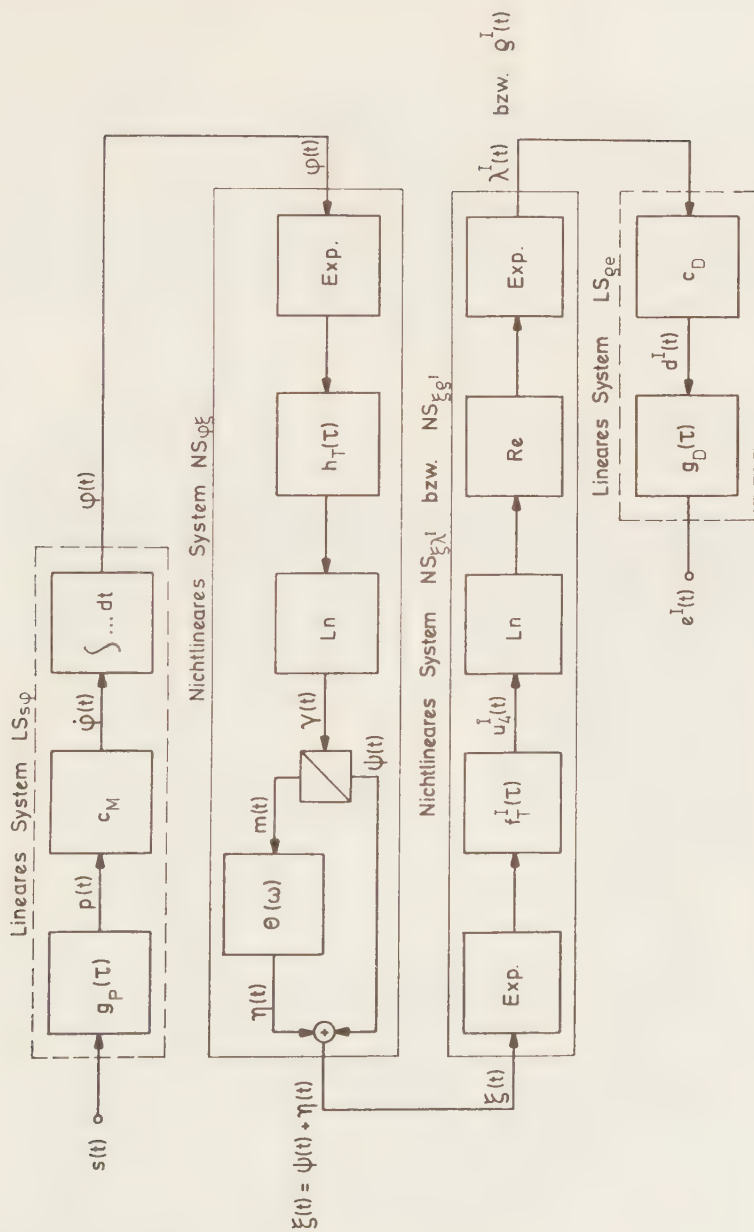


Bild 5.2: Mathematisches Modell zur Berechnung von $e^I(t)$

Übertragungsfunktion $\Theta(\omega)$. $\Theta(\omega)$ ist der frequenzabhängige AM/PM-Konversionsfaktor. Die Beziehung zwischen $\varphi(t)$ und $\eta(t)$ kann somit in die nichtlineare Transformation $\varphi(t) \rightarrow m(t)$ und in die lineare Transformation $m(t) \rightarrow \eta(t)$ zerlegt werden. Dies entspricht der Reihenschaltung des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\varphi m}$ mit den Systemfunktionen $G_{v\varphi m}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$ aus Gl.(3.39) und des linearen Systems $LS_{m\eta}$ mit der Übertragungsfunktion $\Theta(\omega)$ in Bild 5.3.

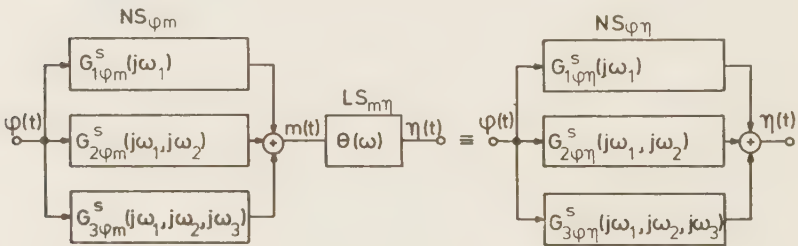


Bild 5.3: Rechenmodell für die Signaltransformation $\varphi(t) \rightarrow \eta(t)$

Mit Gl.(2.38) können die resultierenden Systemfunktionen $G_{v\varphi\eta}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$ ($v = 1, 2, 3$) angegeben werden. Sie lauten:

$$\begin{aligned}
 G_{1\varphi\eta}^s(j\omega_1) &= G_{1\varphi m}^s(j\omega_1) \Theta(\omega_1) \\
 G_{2\varphi\eta}^s(j\omega_1, j\omega_2) &= G_{2\varphi m}^s(j\omega_1, j\omega_2) \Theta(\omega_1 + \omega_2) \\
 G_{3\varphi\eta}^s(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= G_{3\varphi m}^s(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) \Theta(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

und sind symmetrisch bezüglich ihrer Variablen.

Die Beziehungen zwischen der Eingangsgröße $\varphi(t)$ und der Ausgangsgröße $\psi(t)$ des nichtlinearen Systems $NS_{\varphi\psi}$ sind durch

die Systemfunktionen $G_{v\varphi\psi}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_v)$ ($v = 1, 2, 3$) in Gl.(3.40) festgelegt.

Die Zeitfunktionen $\psi(t)$ und $\eta(t)$ bilden das Ausgangssignal $\xi(t) = \psi(t) + \eta(t)$ des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\varphi\xi}$. Dieses wird durch die parallelgeschalteten nichtlinearen Teilsysteme $NS_{\varphi\psi}$ und $NS_{\varphi\eta}$ beschrieben (Bild 5.4).

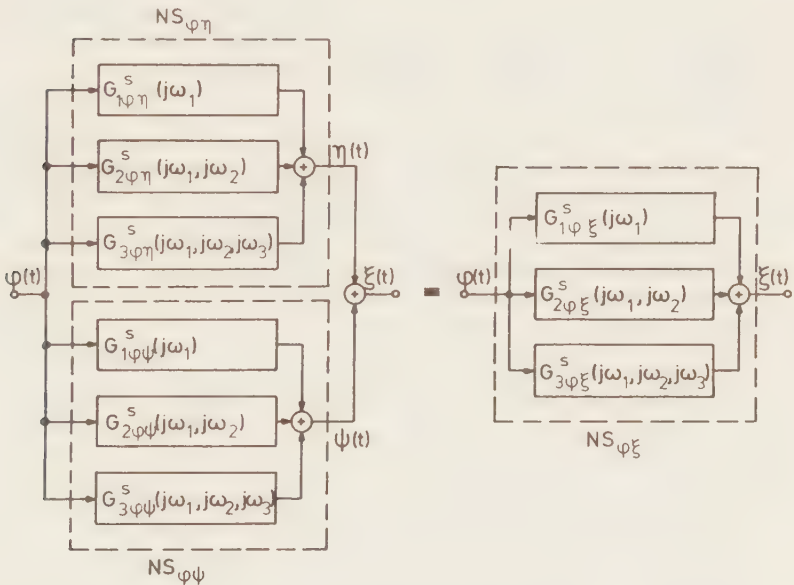


Bild 5.4: Zusammenfassung der nichtlinearen Systeme $NS_{\varphi\eta}$ und $NS_{\varphi\psi}$ zum resultierenden System $NS_{\varphi\xi}$

Die resultierenden Systemfunktionen erhält man nach Gl.(2.44) durch Addition der entsprechenden Systemfunktionen der Teilsysteme.

$$\begin{aligned}
 G_{1\varphi\xi}^s(j\omega_1) &= G_{1\varphi\psi}^s(j\omega_1) + G_{1\varphi\eta}^s(j\omega_1) \\
 G_{2\varphi\xi}^s(j\omega_1, j\omega_2) &= G_{2\varphi\psi}^s(j\omega_1, j\omega_2) + G_{2\varphi\eta}^s(j\omega_1, j\omega_2) \\
 G_{3\varphi\xi}^s(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= G_{3\varphi\psi}^s(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) + G_{3\varphi\eta}^s(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3)
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

Da $G_{V\varphi\psi}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$ und $G_{V\varphi\eta}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$ symmetrisch bezüglich der Variablen sind, gilt dies auch für $G_{V\varphi\xi}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$.

Die Systemfunktionen des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\xi g^1}$

Die Zeitfunktion $\xi(t)$ ist die Eingangsgröße des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\xi g^1}$, das den Demodulationsvorgang beschreibt. Die zugehörigen Systemfunktionen $K_{V\xi g^1}^s(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$ sind in Kap.4, Gl.(4.34) angegeben.

Die Systemfunktionen des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\varphi g^1}$

Das nichtlineare System $NS_{\varphi g^1}$ entspricht der Reihenschaltung von $NS_{\varphi\xi}$ mit $NS_{\xi g^1}$.

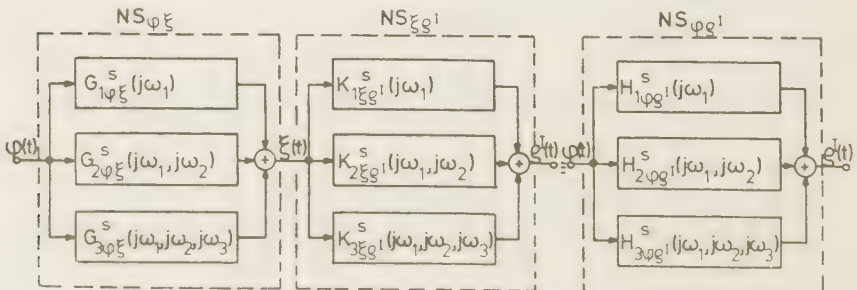


Bild 5.5: Zur Berechnung des nichtlinearen Teilsystems $NS_{\varphi g^1}$

Die Systemfunktionen des resultierenden Systems $NS_{\varphi g^I}$ können mit den in Gl.(2.41) bis Gl.(2.43) angegebenen Rechenregeln bestimmt werden. Nach der Symmetrierung ergeben sich die Beziehungen in Gl.(5.4)¹⁾.

$$\begin{aligned}
 H_{1\varphi g^I}^S(j\omega_1) &= G_{1\varphi \xi}^S(j\omega_1) K_{1\xi g^I}^S(j\omega_1) \\
 H_{2\varphi g^I}^S(j\omega_1, j\omega_2) &= G_{2\varphi \xi}^S(j\omega_1, j\omega_2) K_{1\xi g^I}^S(j\omega_1 + j\omega_2) \\
 &\quad + G_{1\varphi \xi}^S(j\omega_1) G_{1\varphi \xi}^S(j\omega_2) K_{2\xi g^I}^S(j\omega_1, j\omega_2) \\
 H_{3\varphi g^I}^S(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) &= G_{3\varphi \xi}^S(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) K_{1\xi g^I}^S(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3) \\
 &\quad + G_{1\varphi \xi}^S(j\omega_1) G_{1\varphi \xi}^S(j\omega_2) G_{1\varphi \xi}^S(j\omega_3) K_{3\xi g^I}^S(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) \\
 &\quad + \frac{2}{3} \sum_{1,2,3}^C [G_{1\varphi \xi}^S(j\omega_1) G_{2\varphi \xi}^S(j\omega_2, j\omega_3) K_{2\xi g^I}^S(j\omega_1, j\omega_2 + j\omega_3)]
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Die Beziehungen für die Systemfunktionen $H_{\nu\varphi g^I}^S(j\omega_1, \dots, j\omega_\nu)$ ergeben sich, wenn in Gl.(5.4) die Übertragungsfunktion $F_T^I(j\omega)$ durch $F_T^{II}(j\omega)$ ersetzt wird.

5.2.2. Die Systemfunktionen zur Berechnung der nichtlinearen Verzerrungen am Empfänger-Eingang

Zur Berechnung der nichtlinearen Verzerrungen des gesamten FM-Übertragungssystems aus Bild 1.1 zerlegen wir das in Bild 5.2 dargestellte mathematische Modell in das nichtlineare Teilsystem $NS_{\varphi g^I}$ und in die beiden linearen Teilsysteme $LS_{s\varphi}$ und LS_{ge} , deren Übertragungsfunktionen in Gl.(3.10) und Gl.(4.38) angegeben sind. Die Signaltransformation $s(t) \rightarrow e^I(t)$ wird somit durch die Reihenschaltung linearer und nichtlinearer Teilsysteme beschrieben. Mit

¹⁾ Die verwendeten Abkürzungen sind auf S.11 erläutert.

Gl.(2.39) kann dafür ein resultierendes nichtlineares System NS_{seI} mit den Systemfunktionen

$$H_{1seI}^S(j\omega_1) = L_{s\varphi}(j\omega_1) H_{1\varphi gI}^S(j\omega_1) L_{ge}(j\omega_1)$$

$$H_{2seI}^S(j\omega_1, j\omega_2) = L_{s\varphi}(j\omega_1) L_{s\varphi}(j\omega_2) H_{2\varphi gI}^S(j\omega_1, j\omega_2) L_{ge}(j\omega_1 + j\omega_2) \quad (5.5)$$

$$H_{3seI}^S(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = L_{s\varphi}(j\omega_1) L_{s\varphi}(j\omega_2) L_{s\varphi}(j\omega_3) H_{3\varphi gI}^S(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) L_{ge}(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3)$$

angegeben werden.

Die Systemfunktionen zur Beschreibung der Signaltransformation $s(t) \rightarrow e^{II}(t)$ gleichen formal denjenigen in Gl.(5.5). Sie unterscheiden sich davon nur durch die verschiedenen Übertragungsfunktionen der Wandlungsfiler in beiden Demodulator-Zweigen.

Das Empfänger-Eingangssignal $e(t) = e^I(t) - e^{II}(t)$ wird aus der Differenz der beiden Signalanteile $e^I(t)$ und $e^{II}(t)$ gebildet. Die zugehörigen Systemfunktionen entstehen durch Subtraktion der soeben abgeleiteten Systemfunktionen für die Signaltransformation $s(t) \rightarrow e^I(t)$ bzw. $s(t) \rightarrow e^{II}(t)$. Sie lauten:

$$H_{1se}^S(j\omega_1) = L_{s\varphi}(j\omega_1) [H_{1\varphi gI}^S(j\omega_1) - H_{1\varphi gII}^S(j\omega_1)] L_{ge}(j\omega_1)$$

$$H_{2se}^S(j\omega_1, j\omega_2) = L_{s\varphi}(j\omega_1) L_{s\varphi}(j\omega_2) [H_{2\varphi gI}^S(j\omega_1, j\omega_2) - H_{2\varphi gII}^S(j\omega_1, j\omega_2)] L_{ge}(j\omega_1 + j\omega_2) \quad (5.6)$$

$$H_{3se}^S(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = L_{s\varphi}(j\omega_1) L_{s\varphi}(j\omega_2) L_{s\varphi}(j\omega_3) [H_{3\varphi gI}^S(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) - H_{3\varphi gII}^S(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3)] L_{ge}(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3)$$

Die Übertragungsfunktionen $L_{S\varphi}(j\omega)$ und $L_{ge}(j\omega)$ sind in Gl.(3.10) und Gl.(4.30) angegeben. Die Systemfunktionen $H_{V\varphi g I}^S(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$ bzw. $H_{V\varphi g II}^S(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$ folgen aus Gl. 5.4 bzw. einer analogen Gleichung für den Demodulatorzweig II.

5.3. Die spektrale Leistungsdichte der Verzerrungsanteile des Empfänger-Eingangssignals $e(t)$

Mit den Systemfunktionen aus Gl.(5.6) lassen sich die spektralen Leistungsdichtefunktionen des Empfänger-Eingangssignals $e(t)$ bestimmen. Die Ableitung der Beziehungen geschieht völlig analog zu Kap.4.2.3. Aus diesem Grund beschränken wir uns hier auf die Angabe der Ergebnisse.

Für den linearen Signalanteil, den quadratischen und kubischen Verzerrungsanteil von $e(t)$ erhält man die Leistungsdichtefunktionen:

$$\begin{aligned}\Phi_{1e}(\omega) &= c_D^2 |G_D(j\omega)|^2 |H_{1\varphi g I}^S(j\omega) - H_{1\varphi g II}^S(j\omega)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(\omega) \\ \Phi_{2e}(\omega) &= c_D^2 |G_D(j\omega)|^2 \frac{1}{\pi} \int_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} |H_{2\varphi g I}^S(ju, j\omega - ju) - H_{2\varphi g II}^S(ju, j\omega - ju)|^2 \\ &\quad \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega - u) du \\ \Phi_{3e}(\omega) &= c_D^2 |G_D(j\omega)|^2 \frac{6}{(2\pi)^2} \iint_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} |H_{3\varphi g I}^S(ju, jv, j\omega - ju - jv) - H_{3\varphi g II}^S(ju, jv, j\omega - ju - jv)|^2 \\ &\quad \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(v) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega - u - v) du dv\end{aligned}\tag{5.7}$$

5.4. Die Berechnung der absoluten Störleistung am Empfänger-Eingang

Die absolute Störleistung am relativen Pegel Null kann bei bekanntem Stör-Signalleistungsverhältnis $\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M)/\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)$ aus den Gln.(3.66) und (3.68) berechnet werden.

Bei den betrachteten FM-Systemen sind nur geringe Störleistungsanteile zulässig. Deshalb gilt für die Signalleistung entsprechend Gl.(4.45) die Beziehung $\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M) \approx \Phi_{1e}(\omega_M) \Delta B$. Das Verhältnis von Störleistung zu Signalleistung folgt somit aus Gl.(4.46). Ersetzt man darin die Leistungsdichtefunktionen $\Phi_{ve}(\omega)$ für $v=1,2,3$ durch Gl.(5.7), so kann für das Stör-Signalleistungsverhältnis der folgende Ausdruck angegeben werden:

$$\frac{\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M)}{\Delta N_{\text{Sig}}(\omega_M)} \approx \frac{1}{|H_{1\varphi g}^s(j\omega_M) - H_{1\varphi g}^s(j\omega_M)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(\omega_M)} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} |H_{2\varphi g}^s(ju, j\omega_M - ju) - H_{2\varphi g}^s(ju, j\omega_M - ju)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega_M - u) du + \frac{6}{(2\pi)^2} \iint_{-2\pi f_0}^{2\pi f_0} |H_{3\varphi g}^s(ju, jv, j\omega_M - ju - jv) - H_{3\varphi g}^s(ju, jv, j\omega_M - ju - jv)|^2 \Phi_{\varphi\varphi}(u) \Phi_{\varphi\varphi}(v) \Phi_{\varphi\varphi}(\omega_M - u - v) du dv \right\} \quad (5.8)$$

Es wird vollständig durch die Systemfunktionen des nichtlinearen Systems $NS_{\varphi g I}$ bzw. des dazu analogen nichtlinearen Systems $NS_{\varphi g II}$ und der Leistungsdichtefunktion $\Phi_{\varphi\varphi}(\omega)$ aus Gl.(3.81) bestimmt.

5.5. Die Sonderfälle "ideale Übertragungsstrecke" und "ideale WandlungsfILTER"

Bei idealer Übertragungsstrecke oder idealen FM/AM-Wandlungsfiltern vereinfachen sich die in Gl.(5.4) angegebenen Systemfunktionen $H_{V\varphi g^I}(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$ des nichtlinearen Systems $NS_{\varphi g^I}$. Für die genannten Sonderfälle wird die Übereinstimmung zwischen den in Kap.5 und in den Kapiteln 3 und 4 abgeleiteten Formeln für die nichtlinearen Signalverzerrungen nachgewiesen.

Ideale Übertragungsstrecke

Bei idealer Übertragungsstrecke sind die Phasenfunktionen $\varphi(t)$ und $\xi(t)$ identisch und für die Systemfunktionen aus Gl.(5.3) folgt: $G_{1\varphi\xi}^S(j\omega_1) = 1$, $G_{2\varphi\xi}^S(j\omega_1, j\omega_2) = G_{3\varphi\xi}^S(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = 0$. Damit stimmen nach Gl.(5.4) die Systemfunktionen $H_{V\varphi g^I}^S(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$ des nichtlinearen Systems $NS_{\varphi g^I}$ mit den Systemfunktionen $K_{V\xi g^I}^S(j\omega_1, \dots, j\omega_V)$ überein. Letztere beschreiben den nichtlinearen Demodulationsprozess, der in Kap.4 betrachtet wurde. Damit ist gezeigt, daß bei idealer Übertragungsstrecke die Ergebnisse aus Kap.5 mit denen aus Kap.4 identisch sind.

Ideale WandlungsfILTER

Ideale WandlungsfILTER besitzen eine Demodulationsflanke, die durch eine Gerade mit der Steigung S_m darstellbar ist. Ihre Laufzeit ist konstant und für beide Demodulator-Zweige gleich groß. Nach Kap.4.1.2 sind außerdem ihre Übertragungsfunktionen bei der Trägerfrequenz betragsgleich.

Aus den soeben definierten Eigenschaften der idealen WandlungsfILTER folgen für deren Übertragungsfunktionen:

$$F^i(j\omega) = [A_0^i + S_m^i \omega] e^{-j\omega\tau_{G0}} \quad (i = I, II) \quad (5.9)$$

A_0^i ($i = I, II$) sind die Beträge von $F^i(j\omega)$ bei $\omega = 0$, S_m^i die mittleren Steigungen der beiden Demodulationsflanken. Die konstante und für beide Demodulatorzweige gleich große Laufzeit τ_{G0} hat keinen Einfluß auf die Verzerrungen und soll für die Rechnung den Wert $\tau_{G0} = 0$ annehmen.

Die normierte äquivalente TP-Übertragungsfunktion des Wandlungsfilters I ergibt sich aus Gl.(4.28) mit Gl.(5.9):

$$F_T^I(j\omega) = 1 + \frac{S_m^I \omega}{A_0^I + S_m^I \omega_T} \quad (5.10)$$

Zur Vereinfachung der Schreibweise führen wir für $S_m^I/(A_0^I + S_m^I \omega_T)$ die Größe $\tilde{S}_m^I$ mit der Dimension 1/Hz ein und erhalten für $F_g^I(j\omega)$ und $F_u^I(j\omega)$ aus Gl.(4.30) und Gl.(4.31) die Beziehungen:

$$F_g^I(j\omega) = 1 \quad (5.11)$$

$$F_u^I(j\omega) = j \tilde{S}_m^I \omega \quad (5.12)$$

Damit vereinfachen sich die Systemfunktionen des nicht-linearen Systems $NS_{\xi g}^I$, das den Zusammenhang zwischen der Phasenfunktion $\xi(t)$ des ZF-Signals $u_3(t)$ und der Ausgangsfunktion $g^I(t)$ des Demodulators beschreibt, wesentlich. Aus Gl.(4.34) erhält man dafür

$$K_{1\xi g}^s(j\omega_1) = j \tilde{S}_m^I \omega_1 \quad (5.13)$$

$$K_{2\xi g}^s(j\omega_1, j\omega_2) = K_{3\xi g}^s(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = 0$$

Für ideale WandlungsfILTER ist die Signaltransformation $\xi(t) \rightarrow g^I(t)$ linear. Sie wird vollständig durch die eindimensionale Systemfunktion $K_1^S \xi_g^I(j\omega_1) = j\omega_1 \tilde{S}_m^I$ beschrieben. Dies entspricht der Differentiation und anschließenden Verstärkung des Demodulator-Eingangssignals $\xi(t) = \psi(t) + \eta(t)$. Somit kann bei idealen WandlungsfILTERn das mathematische Modell in Bild 5.2 dahingehend geändert werden, daß das den Demodulationsvorgang beschreibende nichtlineare Teilsystem $NS_{\xi_g^I}$ durch einen Differenzierbaustein "d/dt" und einen linearen Verstärkerbaustein " $\tilde{S}_m^I$ " ersetzt wird. Das so modifizierte mathematische Modell in Bild 5.2 stimmt mit demjenigen aus Bild 3.3 bis auf den linearen Verstärkerbaustein " $\tilde{S}_m^I$ " überein. Dieser hat keinen Einfluß auf das Ergebnis, da in die Berechnung der absoluten Störleistung nur das Verhältnis von Stör- zu Signalleistung eingeht.

Ideale WandlungsfILTER haben somit eine ideale Demodulation des FM-Signals zur Folge.

5.6. Anwendungsbeispiele

5.6.1. Der Einfluß des Begrenzers auf die Laufzeitentzerrung der WandlungsfILTER

Aufgabenstellung

Zur Laufzeitentzerrung der WandlungsfILTER des Demodulators werden Allpässe verwendet. Im Gegensatz zu idealen Allpässen ist der Dämpfungsverlauf realer Allpässe von Null verschieden. Die Dämpfung wird durch die endlichen Güten der Schaltelemente hervorgerufen [61].

In Beispiel 4.2.5.2.2 befindet sich der Laufzeitentzerrer direkt vor den FM/AM-WandlungsfILTERn (Bild 4.28). Infolgedessen entstehen nach seiner Realisierung zusätzliche

Verzerrungen der Demodulationsflanke der WandlungsfILTER, die eine Zunahme der Störleistung gegenüber den berechneten Werten aus Beispiel 4.2.5.2.2 zur Folge haben. Um dies zu verhindern, fügt man in der Praxis den Laufzeitentzerrer-Baustein vor dem Begrenzer ein (Bild 5.6).

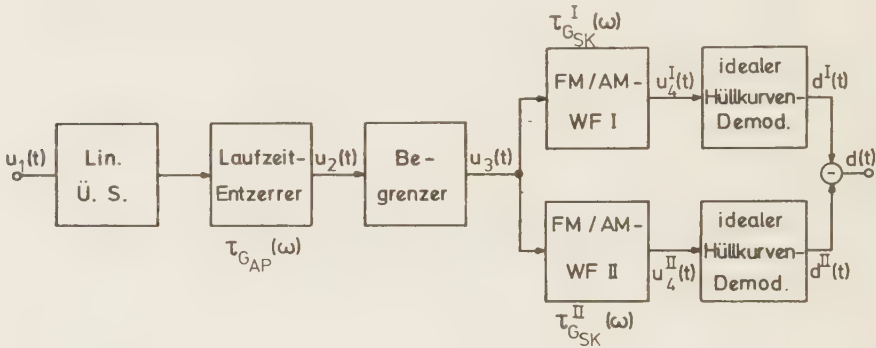


Bild 5.6: Sinnvolle Anordnung des Laufzeitentzerrers bei realen Systemen

Durch diese Anordnung wird einerseits die Beeinflussung der nichtlinearen Störleistung des betrachteten Systems durch den Dämpfungsverlauf des realisierten Laufzeitentzerrers weitgehend vermieden. Jedoch ist andererseits wegen des nichtlinearen Begrenzerbausteins kein vollständiger Laufzeitausgleich der WandlungsfILTER möglich. Für den 2-Kreis-GFD aus Beispiel 4.2.5.2.2 soll der Unterschied zwischen der Laufzeitentzerrung entsprechend Bild 4.28 bzw. Bild 5.6 aufgezeigt werden. In beiden Fällen wird ein Allpaß zur Entzerrung verwendet. Die Berechnung der Störleistung erfolgt für das Richtfunksystem FM 2700. Dabei wird die lineare Übertragungsstrecke in Bild 5.6 als ideal vorausgesetzt.

Ergebnisse

Die berechneten Störleistungen in den einzelnen Meßkanälen sind in Bild 5.7 aufgezeichnet. Der Störleistungsverlauf von Kurve 1 ergibt sich bei Vernachlässigung der Laufzeit der Wandlungsfiler des betrachteten 2-Kreis-GFD. Wird die Laufzeit dagegen berücksichtigt, so fallen ohne Laufzeitentzerrung wesentlich größere Störleistungsanteile in die Meßkanäle (Kurve 2). Kurve 3 zeigt nochmals das Optimierungsergebnis aus Beispiel 4.2.5.2.2. Er ergab sich durch Minimierung der maximalen Störleistung, wobei der Laufzeitentzerrer gemäß Bild 4.28 hinter dem Begrenzer angebracht war. Die Kurven 1, 2 und 3 in Bild 5.7 stimmen mit den Kurven 1,2 und 6 aus Bild 4.29 überein.

Ordnet man denselben Allpaß, der - hinter dem Begrenzerbaustein eingefügt - den Störleistungsverlauf entsprechend Kurve 3 verursacht, jetzt vor dem Begrenzer entsprechend Bild 5.6 an, so erhält man den wesentlich schlechteren Störleistungsverlauf von Kurve 4. Hier wird nochmals deutlich, daß die Übertragungseigenschaften nichtlinearer Systeme durch Vertauschen von linearen und nichtlinearen Systembausteinen geändert werden. Durch eine neuerliche Optimierung des vor dem Begrenzer liegenden Allpasses ergibt sich der Störleistungsverlauf von Kurve 5, sofern eine Minimierung der maximalen Störleistung im Basisband erfolgt. Infolge des nichtlinearen Begrenzerbausteins verläuft Kurve 5 oberhalb von Kurve 3. Es muß noch hinzugefügt werden, daß die Kurven in Bild 5.7 für einen Begrenzer ohne AM/PM-Konversion gelten.

Wird die Realisierung nicht berücksichtigt, so ist die Anordnung des Laufzeitentzerrers entsprechend Bild 5.6 offensichtlich ungünstiger als diejenige von Bild 4.28. Dies zeigt ein Vergleich von Kurve 5 mit Kurve 3. Jedoch ist zu beachten, daß der Störleistungsverlauf von Kurve 5

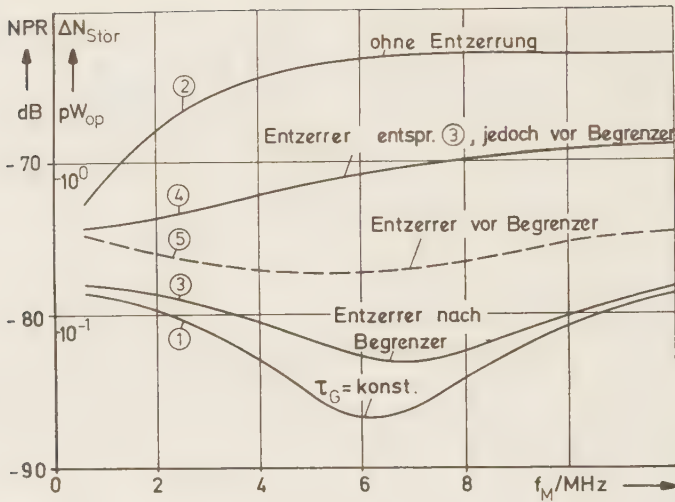


Bild 5.7: Störleistung des 2-Kreis-GFD für verschiedene Laufzeitentzerrungen der Wandlungsfiler

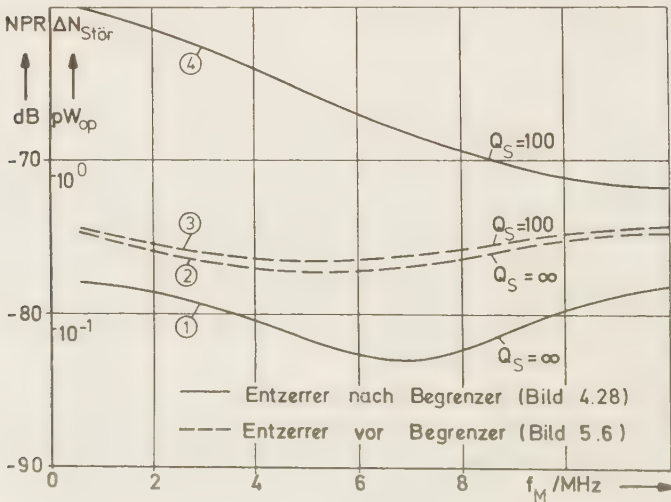


Bild 5.8: Der Einfluß der Realisierung der Laufzeitentzerrung auf die Störleistung (Q_S = Güte der Schaltelemente)

weitgehend unabhängig von den Güten der Schaltelemente des Laufzeitentzerrers ist. Durch die erwähnte, wenn auch geringe Dämpfung des realisierten Allpasses, wird dagegen der Verlauf von Kurve 3 wesentlich verschlechtert.

Der Einfluß der Realisierung ist in Bild 5.8 ersichtlich. Die Kurven 1 und 2 zeigen nochmals für die beiden verschiedenen Laufzeitentzerrer-Anordnungen die optimalen Störleistungsverläufe von Bild 5.7. Diese gelten für ideale Schaltelemente. Legt man den Schaltelementen der Allpaß-Glieder bei der Realisierung eine Güte von 100 zugrunde, so wird dadurch bei der Laufzeitentzerrung nach Bild 5.6 nur eine unwesentliche Vergrößerung der Störleistung in den Meßkanälen verursacht (Kurve 3). Eine drastische Verschlechterung des Störleistungsverlaufs ergibt sich dagegen bei der Entzerrer-Anordnung entsprechend Bild 4.28 (Kurve 4). Hier wird deutlich, daß infolge endlicher Schaltelemente-Güten die Entzerrer-Anordnung nach Bild 5.6 zu bevorzugen ist. Die maximale Störleistung beträgt in diesem Fall ca. 0,4 pW. Somit verursacht der verwendete 2-Kreis-GFD nach der Laufzeitentzerrung der Wandlungsfiler fast ebenso viel nichtlineare Störleistung wie das laufzeitentzerrte reale ZF-Filter aus Beispiel 3.6.3.

5.6.2. Nichtlineare Verzerrungen des vollständigen Übertragungssystems

Aufgabenstellung

Die nichtlinearen Verzerrungen des FM-Systems aus Bild 1.1 werden durch Dämpfungs- und Laufzeitverzerrungen sowohl der linearen Übertragungsstrecke als auch der Wandlungsfiler des Demodulators erzeugt. Die Auswirkung der einzelnen Systembausteine wurde in den Kapiteln 3 und 4 an Beispielen ausführlich diskutiert. In diesem Beispiel soll die Störleistung des FM-Systems berechnet werden, wenn

gleichzeitig sowohl eine reale Übertragungsstrecke als auch eine reale Demodulation berücksichtigt werden.

Bild 5.9 zeigt das betrachtete System zwischen Modulator und Demodulator-Ausgang, wobei die umrahmten Teile bereits aus den Beispielen 3.6.3 und 5.6.1 bekannt sind. Die nichtlinearen Verzerrungen, die durch das ZF-Filter und den dazugehörenden, optimierten Laufzeitentzerrern (AP_{ZF}) entstehen, wurden in Beispiel 3.6.3 berechnet (Bild 3.27, gestrichelte Kurve). Die dort gefundenen Ergebnisse gelten unter der Voraussetzung einer idealen Demodulation und sind nochmals in Bild 5.10 dargestellt (Kurve 1). Im Gegensatz zu Beispiel 3.6.3 soll hier eine reale Demodulation des ZF-Signals erfolgen. Dazu wird der im vorangegangenen Beispiel betrachtete 2-Kreis-GFD einschließlich des Allpasses (AP_{WF}) zur Laufzeitentzerrung der Wandlungsfilter verwendet. Die Störleistung des Demodulators, die sich unter Berücksichtigung des Laufzeitentzerrers ergibt, kann aus Bild 5.7, Kurve 5 entnommen werden. Sie ist zum Vergleich ebenfalls in Bild 5.10 eingetragen (Kurve 2). Man erkennt dabei, daß die maximalen Verzerrungsleistungsbeiträge des laufzeitentzerrten ZF-Filters und des laufzeitentzerrten Demodulators etwa gleich groß sind.

Die Analyse der nichtlinearen Verzerrungen des gesamten Übertragungssystems von Bild 5.9 ergibt den Störleistungsverlauf von Kurve 3 in Bild 5.10, sofern die Dimensionierung der beiden Allpaß-Glieder aus den Beispielen 3.6.3 und 5.6.1 übernommen wird. In diesem Fall beträgt die Störleistung im obersten Meßkanal ca. 1.8 pW, in den unteren Meßkanälen dagegen nur ca. 0.4 pW. Eine Vergleichsmäßigung der Störleistung des Gesamtsystems innerhalb des Basisbands kann durch eine nachträgliche Optimierung sämtlicher Allpaß-Parameter in Bild 5.9 erreicht werden (Bild 5.10, Kurve 4). Dabei verringert sich die maximale Störleistung auf ca. 0.9 pW und entspricht damit näherungsweise der Summe der maximalen Verzerrungsleistungsbeiträge des entzerrten ZF-Filters (Kurve 1) und des entzerrten Demodulators (Kurve 2).

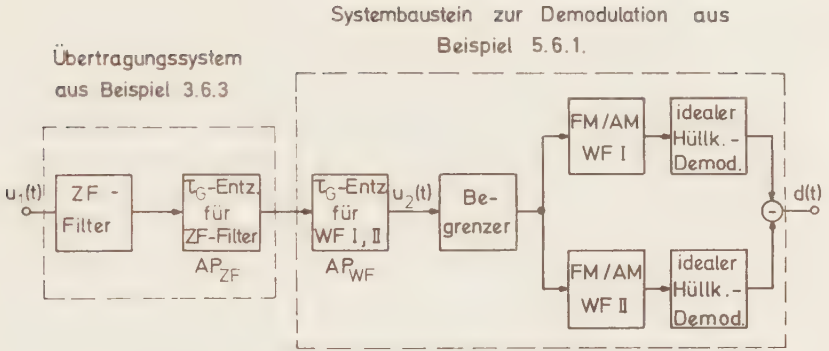


Bild 5.9: Übertragungssystem mit realer Übertragungsstrecke und realer Demodulation

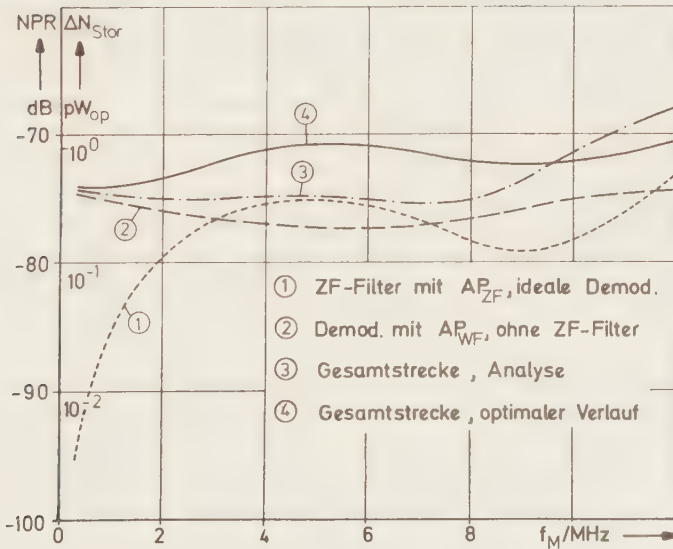


Bild 5.10: Störleistung der Teilsysteme sowie des vollständigen Übertragungssystems aus Bild 5.9 (FM 2700)

6. Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Berechnung nichtlinearer Verzerrungen in FM-Systemen mit Hilfe von Volterra-Funktionalreihen. Das verwendete analytische Rechenverfahren ermöglicht eine allgemeine, sehr übersichtliche und für unterschiedliche Problemstellungen flexibel einsetzbare Beschreibung nichtlinearer Systeme. Es eignet sich insbesondere für die üblichen Richtfunksysteme mit kleinem Modulationsindex.

Nach einer kurzen Beschreibung des zugrundeliegenden Übertragungssystems und einer Übersicht über mögliche Rechenverfahren zur Analyse nichtlinearer Systeme werden im zweiten Kapitel die benötigten Grundlagen zur Behandlung derartiger Probleme mit Hilfe von Volterra-Funktionalreihen zusammengestellt. Besonderer Wert wird dabei auf die Beschreibungsmöglichkeit im Frequenzbereich gelegt, wobei die sog. Systemfunktion an zentraler Stelle steht. Es wird gezeigt, wie die Systemfunktionen komplexer nichtlinearer Systeme aus den Systemfunktionen einfach berechenbarer nichtlinearer Teilsysteme durch Anwendung formaler Rechenregeln bestimmt werden können. Zum Abschluß des Kapitels werden die notwendigen Beziehungen zur Berechnung der spektralen Leistungsdichtefunktionen der linearen und nichtlinearen Signalanteile mit Hilfe der Systemfunktionen angegeben.

Die folgenden drei Kapitel bilden den Kern der Arbeit. In Kapitel 3 werden die nichtlinearen Verzerrungen, hervorgerufen durch Dämpfungs- und Laufzeitverzerrungen der linearen Übertragungsstrecke, behandelt. Für die Übertragungsstrecke ist keine Approximation nötig, sie wird exakt erfaßt. An einigen praxisnahen Beispielen wird der Einfluß ihres Dämpfungs- und Laufzeitverlaufs und die notwendige ZF-Bandbreite aufgezeigt. Die Korrelation zwischen den Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen kann mit dem gewählten Rechenverfahren ebenfalls exakt berücksichtigt

werden. Dabei ist ein frequenzabhängiger AM/PM-Konversionsfaktor zulässig.

Zu völlig neuen, über den Stand der Literatur hinausreichenden Ergebnissen führt die Berücksichtigung des nichtidealen Demodulationsvorgangs. Die abgeleiteten Beziehungen beschränken sich dabei auf die in der Praxis wichtigen Gegen-takt-Flankendemodulatoren.

Im ersten Teil von Kapitel 4 wird ein Verfahren angegeben, mit dem die FM/AM-WandlungsfILTER der Demodulatoren bezüglich einer vorgebbaren Linearität der Demodulationsflanke ausgelegt werden können. Anschließend werden im zweiten Teil die nichtlinearen Verzerrungen des Demodulators analysiert. Es wird der Einfluß der Größe und des Verlaufs der Linearitätsabweichung, der Linearitätsbandbreite und der Laufzeit der WandlungsfILTER auf die nichtlinearen Verzerrungen untersucht. Anhand der Beispiele am Schluß des Kapitels folgen Aussagen für eine günstige Demodulator-Realisierung.

Aufbauend auf den Berechnungen und Ergebnissen der vorangegangenen Kapitel wird im Abschnitt 5 das vollständige FM-System behandelt. Die nichtlinearen Verzerrungen, die in den Systembausteinen "lineare Übertragungsstrecke", "Begrenzer" und "Demodulator" auftreten, werden gemeinsam erfaßt und anhand von Beispielen analysiert.

Den Kapiteln 3, 4 und 5 ist der neuartige Rechengang gemeinsam. Die Aufteilung des gesamten nichtlinearen Übertragungssystems in einfach zu beschreibende Teilsysteme, deren Charakterisierung im Frequenzbereich durch die Systemfunktionen und die konsequente Anwendung der in Kapitel 2 abgeleiteten Rechenregeln führt trotz der schwierigen Problemstellung zu einer sehr übersichtlichen und universell anwendbaren Ableitung der Ergebnisse.

Literaturverzeichnis

- [1] Holbrook, B.D. and Dixon, J.T.: Load Rating Theory for Multi-Channel Amplifiers.
BSTJ, Vol.18, 1939, S.624-644.
- [2] Johannes, F.M.: Digitale Simulation frequenzmodulierter Nachrichtenübertragungssysteme.
Dissertation Universität Erlangen-Nürnberg 1973.
- [3] Welzenbach, M.: Ein Beitrag zur Berechnung der Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen linear gefilterter winkelmulierter Signale.
Dissertation Universität Erlangen-Nürnberg 1973.
- [4] Détermination de la puissance equivalente du signal multivoie en fonction du nombre des voies.
(Deutscher Beitrag) CCITT-Rotbuch, Bd.I (1956), S.217-275.
- [5] Medhurst, R.G., Roberts, J.H.: Evaluation of Distortion in FM Trunk Radio Systems by a Monte Carlo Method.
Proc. IEEE, Vol.113, No.4, April 1966, S.570-580.
- [6] Ruthroff, C.L.: Computation of FM Distortion in Linear Networks for Bandlimited Periodic Signals.
BSTJ, July-Aug. 1968, S.1043-1063.
- [7] Anuff, A., Liou, M.L. and Mc.Donald, P.H.: An Approach to Calculating Interchannel Distortion of Linearly Filtered Angle-Modulated Signals Using a Hybrid Computer.
Proc. IEEE, April 1969, S.736-737.

- [8] Anuff, A. and Liou, M.L.: A Time Domain-Approach to Computing Distortion of Linearly Filtered FM-Signals. IEEE Trans.Com.Techn., April 1971, S.218-221.
- [9] Bedrosian, E. and Rice, S.O.: Distortion and Cross-talk of Linearly Filtered Angle-Modulated Signals. Proc.IEEE, 56, No.1, Jan.1968, S.2-13.
- [10] Rice, S.O.: Second and Third Order Modulation Terms in the Distortion Produced when Noise Modulated FM-Waves are Filtered. BSTJ, Jan.1969, S.87-141.
- [11] Bennet, W.R., Curtis, H.E. and Rice, S.O.: Inter-channel Interference in FM and PM Systems Under Noise Loading Conditions. BSTJ 34, May 1955, S.601-636.
- [12] Bosse, G. und Wagner, M.: Störungen durch Echos bei Vielkanal-Richtfunksystemen mit Frequenzmodulation. Frequenz, Bd.10, Mai 1956, Nr. 5, S.137-142.
- [13] Schneider, W.: Die Verzerrungen durch Echos beliebiger Zahl bei einer FM- oder PM-Übertragung mit statistischer Modulation und unter Berücksichtigung eines Pilottons. AEÜ, Bd.26, 1972, S.329-335.
- [14] Bosse, G.: Die Verzerrung frequenzmodulierter Schwingungen bei Durchgang durch lineare Netzwerke. Frequenz/Sonderausgabe, Band 12, 1958, S.6-14.
- [15] Medhurst, R.G.: Explicit Form of FM Distortion Products with White-Noise Modulation. Proc. IEE, No.11, Part C, March 1960, S.120-126.

- [16] Medhurst, R.G. and Roberts, B.Sc.: Explicit Form of FM Distortion Products with White-Noise Modulation. Extension and Correction.
Proc. IEE, No.12, Sept.1960, S.367-369.
- [17] Liou, M.L.: Noise in a FM System Due to an Imperfect Linear Transducer.
BSTJ, Vol.45, Nov.1966, S.1537-1561.
- [18] Cross, T.G.: Intermodulation Noise in FM Systems Due to Transmission Deviations and AM/PM Conversion.
BSTJ, Vol.45, Dec.1966, S.1749-1773.
- [19] Garrison, G.J.: Intermodulation Distortion in Frequency-Division-Multiplex FM-Systems.
A Tutorial Summary.
IEEE Trans.on Com.Tech., Vol. Com-16, April 1968, S.289-303.
- [20] Mircea, A.: Harmonic Distortion and Intermodulation Noise in Linear F.M. Transmission Systems.
Rev.Roumaine Sci.Tech.Electrotech.Energet. 1967, 12, S.359-371.
- [21] Crippa, G.: Evaluation of Distortion and Intermodulation in Non Linear Transmission Systems.
Alta Frequenza, 38, 1969, S.332-336.
- [22] Mojoli, L.: Analysis of Angle-Modulated Transmission Systems and Identification of Their Volterra-Series.
Alta Frequenza, Vol.41, No.4, April 1972, S.252-262.
- [23] Bedrosian, E. and Rice, S.O.: The Output Properties of Volterra Systems (Nonlinear Systems with Memory) Driven by Harmonic and Gaussian Inputs.
Proc. IEEE, Vol.59, No.12, Dec.1971, S.1688-1707.

- [24] Küpfmüller, K.: Die Systemtheorie der elektrischen Nachrichtenübertragung.
S.Hirzel Verlag, Stuttgart, 3.Auflage 1968.
- [25] Volterra, V.: Theory of Functionals and of Integral and Integro-Differential Equations.
Blackie, London 1930 und Dover Publications, New York 1959.
- [26] Wiener, N.: Response of an Nonlinear Device to Noise.
Report No.129, Radiation Laboratory, MIT, Cambridge, Mass. 1942.
- [27] Brilliant, M.B.: Theory of the Analysis of Nonlinear Systems.
Tech. Report No.345, Research Laboratory of Electronics, MIT, Cambridge, Mass. 1958.
- [28] George, D.A.: Continuous Nonlinear Systems.
Tech.Report No.335, Research Laboratory of Electronics, MIT, Cambridge, Mass. 1959.
- [29] Bose, A.G.: A Theory of Nonlinear Systems.
Tech.Report No.309, Research Laboratory of Electronics, MIT, Cambridge, Mass.
- [30] Zadeh, L.A.: A Contribution to the Theory of Nonlinear Systems.
Journal of the Franklin Institute, Philadelphia, Pa. Vol.255, 1953.
- [31] Chesler, D.A.: Nonlinear Systems with Gaussian Inputs.
Tech.Report No.366, Febr.1960, Research Laboratory of Electronics, MIT, Cambridge, Mass.

- [32] Ku, Y.H. and Wolf, A.A.: Volterra-Wiener Functionals for the Analysis of Nonlinear Systems.
Journal of the Franklin Institute, Vol.281, No.1,
Jan.1966, S.9-26.
- [33] Smets, H.B.: Analysis and Synthesis of Nonlinear Systems.
IRE Transactions on Circuit Theory, Dec.1960, S.459-469
- [34] Flake, R.H.: Volterra Series Representation of Non-linear Systems.
AIEE Trans., Vol.81, No.1, 1963, S.330-335.
- [35] Butterweck, H.J.: Frequenzabhängige nichtlineare Übertragungssysteme.
AEÜ 21 (1967), H.5. S.239-254.
- [36] Shanmugam, K.S. and Lal, M.: Analysis and Synthesis of a Class of Nonlinear Systems.
IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. CAS-23,
No.1, Jan. 1976, S.17-25.
- [37] Baumgartner, S.L. and Rugh, W.J.: Complete Identification of a Class of Nonlinear Systems from Steady-State Frequency Response.
IEEE Trans.on Circuits and Systems, Sept.1975,
S.753-759.
- [38] Shanmugam, K.S. and Jong, M.T.: Identification of Nonlinear Systems in Frequency Domain.
IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems,
Vol.AES-11, No.6, Nov.1975, S.1218-1225.
- [39] Narayanan, S.: Transistor Distortion Analysis Using Volterra Series Representation.
BSTJ, May-June 1967, S.991-1023.

- [40] Narayanan, S.: Intermodulation Distortion of Cascaded Transistors.
IEEE J. Solid State Circuits, Vol.SC-4, June 1969, S.97-106.
- [41] Maurer, R.E. and Narayanan, S.: Noise Loading Analysis of a Third-Order Nonlinear System with Memory.
IEEE Transactions on Com.Technology, Vol.COM-16, No.5, Oct.1968, S.701-712.
- [42] Mircea, A. and Sinnreich, H.: Distortion Noise in Frequency-Dependent Nonlinear Networks.
Proc. IEE, Vol.116, No.10, Oct.1969, S.1644-1648.
- [43] Sinnreich, H.: Frequenzabhängige nichtlineare Produkte in gegengekoppelten Transistorverstärkern.
AEÜ, Band 22 (1968), Heft 12, S.572-576.
- [44] Narayanan, S.: Application of Volterra Series to Intermodulation Distortion Analysis of Transistor Feedback Amplifiers.
IEEE Trans.on Circuit Theory, Vol.CT-17, No.4, Nov.1970, S.518-527.
- [45] Van Trees, H.L.: Functional Techniques for the Analysis of the Nonlinear Behaviour of Phase-Locked Loops.
Proceedings of the IEEE, Vol.52, No.8, S.894-911.
- [46] Bussgang, J.J., Ehrman, L. and Graham, J.W.: Analysis of Nonlinear Systems with Multiple Inputs.
Proceedings of the IEEE, Vol.62, No.8, August 1974, S.1088-1119.

- [47] Steinhäuser, L.: Analyse fastlinearer Netzwerke mit der Volterra-Reihe einer und mehrerer Variablen. Teil 1. Nachrichtentechnik-Elektronik 25 (1975), Heft 4, S.122-126.
- [48] Steinhäuser, L.: Analyse fastlinearer Netzwerke mit der Volterra-Reihe einer und mehrerer Variablen. Teil 2. Nachrichtentechnik-Elektronik 25 (1975) Heft 6, S.215-219.
- [49] Flake, R.H.: Volterra Series Representation of Time-Varying Nonlinear Systems. Proc.Second International Congress of IFAC on Automatic Control, Basel, Switzerland, Paper No.408/1, 1963.
- [50] Unbehauen, R.: Systemtheorie. Eine Einführung für Ingenieure. R. Oldenbourg-Verlag 1969.
- [51] Sauer, R. and Szabo, I.: Mathematische Hilfsmittel des Ingenieurs. Springer-Verlag 1967.
- [52] Lubbock, J.K. and Bansal, V.S.: Multidimensional Laplace Transforms for Solution of Nonlinear Equations. Proceedings IEE, Vol.116, No.12, Dec.1969, S.2075-2082.
- [53] Kühne, F.: Modulationssysteme mit Sinusträger. Teil I. Allgemeine Theorie. AEÜ 24 (1970), Heft 3, S.139-150.
- [54] Kühne, F.: Modulationssysteme mit Sinusträger. Teil II. Spezielle Modulationssysteme. AEÜ 25 (1971) Heft 3, S.117-128.

- [55] Welzenbach, M. und Hespelt, V.: Über die Berechnung der spektralen Leistungsdichte von winkelmodulierten Signalen.
Wiss.Berichte AEG-Telefunken 49 (1976) Heft 1/2, S.23-33.
- [56] Anuff, A. and Liou, M.L.: A Note on Necessary Bandwidth in FM Systems.
Proc. IEEE, Vol.59, Oct.1971, S.1522-1523.
- [57] Gleißner, E.: Zum Entwurf von Hochfrequenz-Bandpaßfiltern mit konzentrierten Elementen.
Dissertation Technische Universität München 1971.
- [58] Müller, M.: Zum Problem der Messung von Übertragungseigenschaften bei Systemen mit Kleinhub FM.
NTZ 1966, Heft 3, S.147-155.
- [59] Hartbaum, H.: Messung von Übertragungseigenschaften an Richtfunksystemen mit Frequenzmodulation.
AEÜ, Band 11, Heft 6, 1957, S.239-252.
- [60] Jess, J. and Schüssler, H.W.: On the Design of Pulse-Forming Networks.
IEEE Trans.on Circuit Theory, Vol.CT-12, No.3, Sept.1965, S.393-400.
- [61] Saal, R. und Antreich K.: Zur Realisierung von Reaktanz-Allpaß-Schaltungen. Teil II.
Frequenz, Band 17, Nr. 1, Januar 1963, S.14-22.

Lebenslauf

- 17.2.1944 geboren in Heilbronn als Sohn des Prokuristen Fritz Hespelt und seiner Ehefrau Emma, geb. Weiss
- 1950 - 1954 Besuch der Rosenau-Volksschule in Heilbronn
- 1954 - 1963 Besuch des Robert-Mayer-Gymnasiums in Heilbronn, Abschluß Reifeprüfung
- 1963 - 1969 Studium der Elektrotechnik an der Universität Stuttgart, Abschluß Diplom-Hauptprüfung
- seit 1970 Entwicklungsingenieur in einem Labor für Systemtheorie der Abteilung Vorentwicklung bei AEG-TELEFUNKEN in Backnang

Volker Hespelt

Copy - Center 2000

852 ERLANGEN · Obere Karlstr. 30
Tel. 09131-26197